
DIPLOMARBEIT

Herr
Torben Osthoff

**Entwicklung eines
Scheibenmodells zur Abbildung
der Kipp- und Schrägbewegung
bei Linienkontakt in
Hochgeschwindigkeitswälzlagern**

Mittweida, 2014

DIPLOMARBEIT

Entwicklung eines Scheibenmodells zur Abbildung der Kipp- und Schrägkbewegung bei Linienkontakt in Hochgeschwindigkeitswälzlager

Autor:

Herr Torben Osthoff

Studiengang:

Wirtschaftsingenieurwesen

Seminargruppe:

WI09w3

Erstprüfer:

Herr Prof. Dr.-Ing. Uwe Mahn

Zweitprüfer:

Herr Dipl.-Ing. Dipl.-Wirt.-Ing. Jens Falker

Einreichung:

Mittweida, 31.03.2014

Verteidigung/Bewertung:

Mittweida, 2014

An moderne Werkzeugmaschinen werden hohe Ansprüche in Hinblick auf Genauigkeit und Produktivität gestellt. Aus diesen Ansprüchen ergeben sich große Anforderungen, an die Lagerung von Werkzeugmaschinen-spindeln, bezüglich Drehzahleignung, Steifigkeit und Genauigkeit. Über den gesamten Drehzahlbereich müssen die Lager thermischen Lasten bestmöglich widerstehen und weitgehend gleichbleibende Betriebseigenschaften aufweisen.

Im Betrieb führt der thermische Eintrag durch Prozesskräfte, Reibkräfte und Motorabwärme zu einer thermischen Ausdehnung der Komponenten in der Werkzeugmaschinen-hauptspindel. Eine Loslagerung in Form eines Zylinderrollenlagers oder elastisch angestellter Schrägkugellager ermöglicht die axiale Dehnung der Welle ohne die Vorspannung im Lagersystem zu beeinflussen. Die genannten Lagerungsarten lösen die Problematik der axialen Verschiebbarkeit nur mit spezifischen Nachteilen. So erhöhen die an der Loslagerstelle auftretenden Temperaturunterschiede zwischen Innen- und Außenring die Verklemmungsgefahr des Wälzkörpers und begrenzen insbesondere die Drehzahleignung von Zylinderrollenlagern. Kommen elastisch angestellte Spindellager zum Einsatz, so ermöglichen erst zusätzliche Komponenten wie Gleit- oder Kugelbuchsen die Loslagerfunktion. Bei Gleitbuchsen besteht im Festkörperkontakt eine erhöhte Gefahr der Tribokorrosion während Kugelbuchsen lediglich eine geringe Wärmeabfuhr ermöglichen und so die Lager noch stärker thermisch belasten. Um den genannten Nachteilen entgegenzuwirken, wurde am WZL ein neues Loslagerkonzept, das Floating Roller Ball Lager, entwickelt. Eine neuartige Wälzkörpergeometrie mit kombinierten Linien- und Mehrpunktkontakt verbindet die Vorteile von Zylinderrollen- und angestellten Mehrpunktlagern. Zur Abbildung des kinematischen Verhaltens des Lagers wurden Berechnungsmethoden hergeleitet und in einer Software implementiert.

Die Biegung der Welle durch statische oder dynamische Lasten am Werkzeugeingriff führt zu einer Verkipfung zwischen Innen- und Außenring. Bei zylindrischen Wälzkörpern entstehen ungleichmäßige Belastungen entlang der Kontaktfläche, welche ihrerseits zum Kippen und Schränken der Wälzkörper führen. Die dadurch entstehenden erhöhten Lagerlasten müssen durch entsprechende Berechnungsgrundlagen abgebildet werden.

Last-Verformungsbeziehungen auf Grundlage der Hertz'schen Theorie ermöglichen die Berechnung von Kontaktkräften und Spannungen im Einzelkontakt zwischen zwei Körpern. Zur Anwendung der Hertz'schen Theorie auf Linienkontakte wird ein unendlich langer Kontakt angenommen. Der Einfluss von Kontaktlänge, Wälzkörper- und Laufbahnprofilierung kann mit Hilfe von Scheibenmodellen betrachtet werden. Dabei wird der Wälzkörper für die Berechnung in eine diskrete Anzahl an Scheiben aufgeteilt. Im Kontakt treten Spannungsspitzen an den Wälzkörperenden auf, welche auch bei der

voneinander unabhängigen Betrachtung der Scheiben nicht beachtet werden. Um Spannungskonzentrationen zu erfassen ist es nötig die einzelnen Scheiben bei der Berechnung miteinander zu koppeln.

Ziel dieser Arbeit ist die Erweiterung der Berechnungsmethoden und Software für Floating Roller Ball Lager um die detaillierte Analyse des Linienkontakts unter Berücksichtigung des Kippens und Schränkens des Wälzkörpers.

Dazu ist eine Einarbeitung und Literaturrecherche zur Wälzlagertechnik, mit Fokus auf die Berechnung der Kräfte und Spannungen im Wälzkontakt und den bekannten Punktkontakt-, Linienkontakt- und Scheibenmodellen notwendig.

Auf Grundlage der bestehenden Linienkontaktmodelle erfolgt die Herleitung eines Scheibenmodells mit Berücksichtigung des Kipp- und Schräkwinkeleinflusses.

Die, in der Entwicklungsumgebung Matlab programmierte, Berechnungssoftware für FRB-Lager wird um die Berechnung von Zylinderrollenlagern erweitert und das hergeleitete Scheibenmodell implementiert.

Ergebnisse des Berechnungsmodells werden mit bestehenden Kontaktmodellen verglichen und analysiert.

Zum Abschluss der Arbeit erfolgt eine komplette schriftliche Dokumentation.

Teilaufgaben:

- Einarbeitung in die Hochgeschwindigkeitslagertechnik mit Schwerpunkt Berechnung
- Darstellung bekannter Berechnungsverfahren für Linienkontakte
- Herleitung eines Scheibenmodells für die Berücksichtigung des Kipp- und Schräkwinkeleinflusses bei Linienkontakt
- Erweiterung der bestehenden Berechnungssoftware um die Berechnung von Zylinderrollenlagern sowie das neue Scheibenmodell
- Vergleichende Analyse des neuen Scheibenmodells mit den bekannten Kontaktmodellen
- Dokumentation der Arbeit

I. Inhaltsverzeichnis

I.	Inhaltsverzeichnis.....	I
II.	Formelzeichen und Abkürzungen.....	III
III.	Abbildungsverzeichnis.....	VI
1.	Einleitung	1
2.	Stand der Technik	3
2.1	Werkzeugmaschinenhauptspindel	3
2.2	Lagerarten und Lagergeometrien.....	3
2.3	Lagerung von Hauptspindeln	11
2.4	Modifizierte Lager für Hauptspindeln.....	16
2.5	Berechnungsgrundlagen für Zylinderrollenlager	19
2.5.1	Berechnung Lagergeometrie	19
2.5.2	Wälzkörper und Lagerringgeschwindigkeiten	20
2.5.3	Kräfte und resultierende Momente am Wälzkörper	23
2.5.4	Hertz'sche Pressung bei Punktkontakt	26
2.5.5	Hertz'sche Pressung bei Linienkontakt.....	30
2.6	Vorstellung des Berechnungsprogramms für FRB-Lager.....	38
3.	Scheibenmodell zur Abbildung des Linienkontaktes	40
3.1	Implementierung der Zylinderrollenlagerberechnung	40
3.2	Scheibenmodell	42
3.3	Kipp- und Schräkwinkeleinfluss	46
3.4	Implementierung des Scheibenmodells in Berechnungsprogramm	55
4.	Gegenüberstellung des Modells und bestehenden Kontaktmodellen.....	57
5.	Fazit und Ausblick	71
6.	Literaturverzeichnis	VIII

II. Formelzeichen und Abkürzungen

Lateinische Zeichen

Zeichen	Einheit	Benennung
a	[mm]	Halbe Ellipsenlänge
a^*		Berechnungsbeiwert
b	[mm]	Halbe Ellipsenbreite
b	[mm]	Breite
b^*		Berechnungsbeiwert
d	[mm]	Durchmesser
D	[mm]	Durchmesser
d_m	[mm]	Teilkreisdurchmesser
E		Berechnungsbeiwert(elliptisches Integral nach Hertz)
E	[N/mm ²]	Elastizitätsmodul
E'	[N/mm ²]	Reduziertes Elastizitätsmodul
F	[N]	Kraft
F		Berechnungsbeiwert(elliptisches Integral nach Hertz)
f_0		Berechnungsbeiwert
f_1		Berechnungsbeiwert
F_β	[N]	Maßgebliche Belastung
F_c	[N]	Fliehkraft
f_e, f_i		Korrekturfaktor nach DIN 26281
l, L	[mm]	Länge
l_{eff}	[mm]	Effektive Wälzkörperlänge
l_F^{IR}	[mm]	Bordabstand am Innenring
l_K	[mm]	Kontaktlänge
l_s	[mm]	Scheibenbreite
J	[kgm ²]	Trägheitsmoment
k_1, k_2		Approximierte Parameter nach Tripp
m	[kg]	Masse
M	[Nm]	Moment
M_r	[Nmm]	Reibungsmoment
M_v	[Nmm]	Lastunabhängiges Reibmoment
M_1	[Nmm]	Lastabhängiges Reibmoment
n	[min ⁻¹]	Drehzahl
n		Anzahl
n_{eff}		Angepasste Scheibenanzahl
P_{axial}	[µm]	Axiales Lagerspiel
P_{radial}	[µm]	Radiales Lagerspiel
$P(x)$	[mm]	Profilfunktion des Wälzkörpers
q, Q	[N]	Kraft
r	[mm]	Radius
$r_{Ix}, r_{IIx}, r_{Iy}, r_{IIy}$	[1/mm]	Radien in x,y-Richtung sowie Ebene I,II

r'	[mm]	Reduzierter Radius
$r_{j,k}$	[mm]	Abstand der Scheibe j zur Scheibe k
R_x, R_y oder R_1, R_2	[mm]	Effektive Krümmungsradien
s	[mm ² /N]	Elastische Nachgiebigkeit
$[S_w]$	[mm ² /N]	Matrix gewichteter Nachgiebigkeiten nach Teutsch
t	[mm]	Plattendicke bzw. Dicke von Außenring und Gehäuse
v	[mm/s]	Geschwindigkeit
V	[m ³]	Volumen
w		Gewichtungsfaktor nach Teutsch
$[w]$		Gewichtungsmatrix, Interaktionsmatrix des Scheibenmodells
x_k	[mm]	Abstand Mitte der Scheibe k zur Mitte des Wälzkörpers
x, y	[mm]	x- bzw. y-Richtung

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Benennung
β	[°]	Kippwinkel
β'	[°]	Schränkwinkel
δ	[μm]	Einfederung im Kontakt
δ^*		Berechnungsbeiwert
δ_β	[μm]	Durch den Kippwinkel β bedingte Abweichung der Einfederung
$\delta_{\beta'}$	[μm]	Durch den Schräkwinkel β' bedingte Abweichung der Einfederung
δ_s	[μm]	Einfederung einer Scheibe
Δ	[mm]	Positionsabweichung
κ	[%]	Schmiegung
κ		Berechnungsbeiwert
π		Kreiszahl
ν		Querkontraktionszahl, Poissons-Zahl
ν_0	[mm ² /s]	Kinematische Viskosität
ρ		Dichte
ρ_x, ρ_y	[1/mm]	Ersatzkrümmung in x,y-Richtung
$\sum \rho$	[1/mm]	Krümmungssumme
σ	[MPa]	Kontaktpressung
ω	[s ⁻¹]	Winkelgeschwindigkeit
ω_m	[s ⁻¹]	Umlaufgeschwindigkeit der Wälzkörper

Abkürzungen und Indizes

Abkürzung	Benennung
a	Außen
AST	Alternatives Scheibenmodell; engl.: Alternative Slicing Technique
axial	Axial
c	Käfig; engl.: cage
CRB	Zylinderrollenlager; engl.: cylindrical roller bearing
EAST	Erweitertes alternatives Scheibenmodell; engl.: Enhanced Alternative Slicing Technique
FEM	Finite Elemente Methode
FRB	Floating Roller Ball
ges	Gesamt
GUI	Grafische Benutzeroberfläche; engl.: graphical user interface
gyro	Gyroskopisch
i	Innen
l,j,k	Laufvariablen, Zählvariablen
Ir, IR	Innenring; engl.: inner ring
korr.	korrigiert
max	Maximal
o	Außen
Or, OR	Außenring; engl.: outer ring
R	Wälzkörper; engl.: Roller
radial	Radial
rel.	relative
Rille	Rille
RWTH	Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule
Wälzkörper	Wälzkörper
Wk	Wälzkörper
WZL	Werkzeugmaschinenlabor
x	x-Richtung
y	y-Richtung
z	z-Richtung
zyl.	zylindrisch

III. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Rillenkugellager	4
Abbildung 2: Schrägkugellager	5
Abbildung 3: O-,X- und Tandem-Anordnung von Lagern	6
Abbildung 4: Pendelkugellager	7
Abbildung 5: Zylinderrollenlager	7
Abbildung 6: Spannungsverläufe unterschiedlicher Rollenprofile	8
Abbildung 7: Nadelrollenlager.....	9
Abbildung 8: Kegelrollenlager.....	9
Abbildung 9: Tonnenlager	10
Abbildung 10: Pendelrollenlager.....	10
Abbildung 11: Fest-Fest-Lagerung mit thermisch kompensiertem Lagerabstand.....	11
Abbildung 12: Fest-Los-Lagerung	12
Abbildung 13: Angestellte Lagerung.....	13
Abbildung 14: Schwimmende Lagerung	14
Abbildung 15: Spindellagerung.....	15
Abbildung 16: Modifizierte Spindellager	16
Abbildung 17: Modifizierte Zylinderrollenlager	17
Abbildung 18: Floating Roller Ball Lager	18
Abbildung 19: Geometrische Größen am Zylinderrollenlager	19
Abbildung 20: Geschwindigkeiten im Zylinderrollenlager	20
Abbildung 21: Reduzierter Radius	22
Abbildung 22: Auftretende Kräfte am Wälzkörper.....	23
Abbildung 23: Kräfte und Momente am Wälzkörper	25
Abbildung 24: Berührung zweier allseitig gekrümmter Körper und die Hauptkrümmungsebenen	26
Abbildung 25: Krümmungsradien	28
Abbildung 26: X,Y-Werte bei Hertz'schen Pressungen.....	29
Abbildung 27: Linienberührung zweier zylindrischer Körper	30
Abbildung 28: Berührfläche zwischen Zylinder und Halbraum.....	31
Abbildung 29: Scheibenmodell bei gekipptem Wälzkörper	33
Abbildung 30: Scheibenabstand.....	35
Abbildung 31: Berechnungsalgorithmus des FRB-Lagers	38
Abbildung 32: Grafische Oberfläche des Berechnungsprogramms für FRB-Lager	39
Abbildung 33: Koordinatensysteme bei der FRB-Lagerberechnung.....	40
Abbildung 34: Koordinatensystem bei der CRB-Lagerberechnung	41
Abbildung 35: Angepasste Scheibenanzahl	43
Abbildung 36: Einfederung des Wälzkörpers.....	45
Abbildung 37: Pressungen nach DIN und AST	46
Abbildung 38: Einfluss der Profilierung und der Verkipfung auf die Einfederung	46
Abbildung 39: Einfederung bei verkipptem Wälzkörpers	47

Abbildung 40: Pressung nach DIN 26281 und AST bei verkipptem Wälzkörper	48
Abbildung 41: Einfederung bei profiliertem Wälzkörper	49
Abbildung 42: Pressungen nach DIN und EAST bei profiliertem Wälzkörper...	49
Abbildung 43: Einfluss des Schräkwinkels	50
Abbildung 44: Berechnung von δ_β	50
Abbildung 45: Einfederung bei geschränktem Wälzkörper am Innen- und Außenring.....	51
Abbildung 46: Pressung bei geschränktem Wälzkörper am Innen- und Außenring.....	52
Abbildung 47: Hebelarme bei Innenringkontakt	53
Abbildung 48: Hebelarme bei Außenringkontakt.....	54
Abbildung 49: Ablaufdiagramm der Kontaktberechnung	56
Abbildung 50: Abkürzungstabelle der für die Berechnungen gewählten Modelle und Last-Verformungsbeziehungen	58
Abbildung 51: Kraft in Abhängigkeit der Scheibenanzahl.....	59
Abbildung 52: Relative Abweichung der Kraft in Abhängigkeit der Scheibenanzahl.....	59
Abbildung 53: Maximale Pressung in Abhängigkeit der Scheibenanzahl.....	60
Abbildung 54: Relative Abweichung der Pressung in Abhängigkeit der Scheibenanzahl.....	60
Abbildung 55: Kraft als Funktion der Einfederung	61
Abbildung 56: Pressung als Funktion der Einfederung	62
Abbildung 57: Pressung nach DIN Modell.....	63
Abbildung 58: Pressung nach EAST Modell	64
Abbildung 59: Pressung bei nicht gekipptem und nicht geschränktem Wälzkörper	64
Abbildung 60: Pressung in Abhängigkeit der Einfederung bei profiliertem Wälzkörper	65
Abbildung 61: Pressung bei profiliertem und nicht profiliertem Wälzkörper	66
Abbildung 62: Abweichung der Kraft und Pressung mit und ohne Verwendung des Korrekturfaktors nach DIN 26281	66
Abbildung 63: Pressung bei verkipptem Wälzkörper mit $\beta = 0,03^\circ$	67
Abbildung 64: Kraft als Funktion des Kippwinkels.....	68
Abbildung 65: Pressung als Funktion des Kippwinkels	68
Abbildung 66: Einfluss des Schräkwinkels auf die Pressung am Innen- und Außenring.....	69
Abbildung 67: Einfederung bei unterschiedlichen Schräkwinkeln	70

1. Einleitung

An moderne Werkzeugmaschinen werden hohe Ansprüche in Hinblick auf Genauigkeit und Produktivität gestellt. Aus diesen Ansprüchen ergeben sich große Anforderungen, an die Lagerung von Werkzeugmaschinen-spindeln, bezüglich Drehzahleignung, Steifigkeit und Genauigkeit. Über den gesamten Drehzahlbereich müssen die Lager thermischen Lasten bestmöglich widerstehen und weitgehend gleichbleibende Betriebseigenschaften aufweisen.

Im Betrieb führt der thermische Eintrag durch Prozesskräfte, Reibkräfte und Motorabwärme zu einer thermischen Ausdehnung der Komponenten in der Werkzeugmaschinen-hauptspindel. Eine Loslagerung in Form eines Zylinderrollenlagers oder elastisch angestellter Schrägkugellager ermöglicht die axiale Dehnung der Welle ohne die Vorspannung im Lagersystem zu beeinflussen. Die genannten Lagerungsarten lösen die Problematik der axialen Verschiebbarkeit nur mit spezifischen Nachteilen. So erhöhen die an der Loslagerstelle auftretenden Temperaturunterschiede zwischen Innen- und Außenring die Verklemmungsgefahr des Wälzkörpers und begrenzen insbesondere die Drehzahleignung von Zylinderrollenlagern. Kommen elastisch angestellte Spindellager zum Einsatz, so ermöglichen erst zusätzliche Komponenten wie Gleit- oder Kugelbuchsen die Loslagerfunktion. Bei Gleitbuchsen besteht im Festkörperkontakt eine erhöhte Gefahr der Tribokorrosion während Kugelbuchsen lediglich eine geringe Wärmeabfuhr ermöglichen und so die Lager noch stärker thermisch belasten.

Die Biegung der Welle durch statische oder dynamische Lasten am Werkzeugeingriff führt zu einer Verkipfung zwischen Innen- und Außenring. Bei zylindrischen Wälzkörpern entstehen ungleichmäßige Belastungen entlang der Kontaktfläche, welche ihrerseits zum Kippen und Schränken der Wälzkörper führen. Die dadurch entstehenden erhöhten Lagerlasten müssen durch entsprechende Berechnungsgrundlagen abgebildet werden um eine möglichst genaue Vorhersage über das Lagerverhalten treffen zu können.

Last-Verformungsbeziehungen auf Grundlage der Hertz'schen Theorie ermöglichen die Berechnung von Kontaktkräften und Spannungen im Einzelkontakt zwischen zwei Körpern. Zur Anwendung der Hertz'schen Theorie auf Linienkontakte wird ein unendlich langer Kontakt angenommen. Der Einfluss von Kontaktlänge, Wälzkörper- und Laufbahnprofilierung kann mit Hilfe von Scheibenmodellen betrachtet werden. Dabei wird der Wälzkörper für die Berechnung in eine diskrete Anzahl an Scheiben aufgeteilt. Im Kontakt treten Spannungsspitzen an den Wälzkörperenden auf, welche auch bei der voneinander unabhängigen Betrachtung der Scheiben nicht beachtet werden. Um Spannungskonzentrationen zu erfassen ist es nötig die einzelnen Scheiben bei der Berechnung miteinander zu koppeln.

Ziel dieser Arbeit ist die Erweiterung der Berechnungsmethoden und Software für Floating Roller Ball Lager (FRB-Lager) um die detaillierte Analyse des Linienkontakts unter Berücksichtigung des Kippens und Schränkens des Wälzkörpers.

Im folgenden Kapitel erfolgt dazu eine kurze Einführung in die Lagerung von Werkzeugmaschinenhauptspindeln sowie eine Übersicht über die Wälzlagertechnik und die bekannten Punktkontakt-, Linienkontakt- und Scheibenmodelle, mit Fokus auf der Berechnung der Kräfte sowie Spannungen im Wälzkontakt.

Auf Grundlage der bestehenden Linien- und Scheibenkontaktmodellen wird ein Scheibenmodell mit Berücksichtigung des Kipp- und Schräkwinkelinflusses hergeleitet. Im folgenden Kapitel wird die, in der Entwicklungsumgebung Matlab programmierte, Berechnungssoftware für FRB-Lager sowie die hinzugefügten Änderungen zur Berechnung von Zylinderrollenlagern beschrieben. Des Weiteren wird die Implementierung des Scheibenmodells in die Berechnungssoftware erläutert.

Um eine Aussage über die Ergebnisse des entwickelten Scheibenmodells treffen zu können, folgt im Anschluss ein Vergleich von Berechnungsergebnissen mit verschiedenen bestehenden Kontaktmodellen. Durch den Vergleich wird die Plausibilität der Ergebnisse nachgewiesen.

Zum Abschluss der Arbeit erfolgen ein Fazit sowie ein kurzer Ausblick.

2. Stand der Technik

2.1 Werkzeugmaschinenhauptspindel

Die Eigenschaften der Werkzeugmaschinenhauptspindel legen einige wesentliche Hauptmerkmale einer Werkzeugmaschine wie maximale Drehzahl, verfügbares Drehmoment, axiale und radiale Steifigkeit sowie Dämpfung fest. Daher stellt die Hauptspindel eine wichtige Komponente einer Werkzeugmaschine dar [ROSS13].

Werkzeugmaschinenspindeln können anhand ihrer Antriebsart in direkt und indirekt betriebene Spindeln unterschieden werden. Bei indirekt betriebenen Spindeln, auch fremdbetrieben genannt, sitzt der Motor außerhalb des Gehäuses und treibt die Spindel mittels Zahnrad- oder Riemengetriebe an.

Bei direktbetriebenen Spindeln, Motorspindeln genannt, ist der Motor im Gehäuse angebracht. Der Rotor befindet sich direkt auf der Spindelwelle und ermöglicht hochdynamische und spielfreie Bewegungen. Eine Übertragung der Antriebskräfte über ein mechanisches Getriebe ist nicht notwendig und stufenlose sowie verkürzte Hochlauf- und Abbremsvorgänge sind möglich. Motorspindeln bieten daher, neben ihrer platzsparenden Bauform, Vorteile bezüglich Dynamik, Laufruhe und Genauigkeit gegenüber fremdbetriebenen Spindeln. Motorspindeln kommen aufgrund der genannten Vorteile vor allem im Hochgenauigkeitsbereich zum Einsatz [SPAC08].

Im Betrieb entstehen jedoch hohe Temperaturen an Rotor, Spindel und Lagern, welche eine Minderung der Arbeitsgenauigkeit aufgrund thermischer Verlagerung darstellen [BREC06]. Durch die kompakte Bauform von Motorspindeln besteht das Problem der Wärmeentwicklung vor allem am Rotor. Die durch die Verlustleistung des Motors entstehende Wärme kann am Stator durch eine Kühlung abgeführt werden. Aufgrund des Luftspalts zwischen Stator und Rotor ist eine Wärmeabfuhr der Rotorwärme über den Kühlkreislauf des Stators nur eingeschränkt möglich. Diese erhöhten Temperaturen treten vor allem an den sich an der Spindel befindlichen Lagerinnenringen auf und erhöhen dadurch zudem die Anforderungen an die Lagerung [BUTZ07].

2.2 Lagerarten und Lagergeometrien

Spindeln können mit Hilfe von Gleit- Magnet- und Wälzlägern gelagert werden. Die am meisten genutzten Lager sind jedoch Wälzlager. Vorteile von Wälzlagern zur Spindellagerung sind ihre vergleichbar hohen Steifigkeiten bei niedrigem Reibwiderstand. Das Wälzlager ist zudem als Normteil günstig und einfach auswechselbar [ROSS13].

Allgemein bestehen Wälzlager aus zwei Ringen, dem Innen- und Außenring des Lagers, den Wälzkörpern und einem Käfig zur Führung der Wälzkörper. Auf den Laufbahnen des Außen- und Innenringes rollen die Wälzkörper ab. Der Käfig führt die, um ihre eigene Achse rotierenden, Wälzkörper zwischen den Ringen um die Lagerachse sowie in gleichmäßigem Abstand zueinander und verhindert den Kontakt zwischen zwei Wälzkörpern. Zusätzlich können Dichtungsringe, die Schmierstoffe im Lager halten und Schutz vor Verschmutzungen bieten, verwendet werden.

Unterschieden werden Lager zunächst abhängig von der Hauptbelastungsrichtung in Axial- und Radiallager. Des Weiteren ist eine Unterscheidung anhand der Wälzkörperform möglich. Häufige Wälzkörperformen sind Kugeln, Zylinder, zylindrische Körper mit abgerundeten Mantelflächen und kegelförmige Körper. Außerdem gibt es neben einreihigen auch mehrreihige Lager zur Aufnahme größerer Kräfte.

Als Werkstoff für die Lagerringe werden meist verchromte Stähle, gehärtete Einsatzstähle oder oberflächengehärtete Vergütungsstähle genutzt. Neben den für Lagerringe gängigen Werkstoffen kommen bei Wälzkörpern zudem keramische Werkstoffe zum Einsatz. Käfigwerkstoffe sind häufig Stahl, Kunststoffe, Messing und Aluminium [HARR07b; BRÄN95].

Im Folgenden werden die gängigsten Radiallagerarten kurz vorgestellt. Eine Vorstellung von Axiallagerarten erfolgt nicht.



Abbildung 1: Rillenkugellager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.356

Rillenkugellager (siehe Abbildung 1) können radiale und beidseitig axiale Kräfte aufnehmen. Die Laufbahnen von Rillenkugellagern zeichnen sich durch einen nur wenig größeren Radius als den der kugelförmigen Wälzkörper aus [SCHÄ11]. Daraus ergibt sich eine enge Schmiegun g, welche es Rillenkugellagern erlaubt

hohe radiale Kräfte aufzunehmen, da sich aus einer kleinen Schmiegun g eine größere Kontaktfläche und folgend kleinere Hertz'sche Pressungen im Kontakt ergeben [BRÄN95; TÜLL99].

Die Schmiegun g κ berechnet sich aus Kugel- und Rillenradius des jeweiligen Lagerrings [BRÄN95]:

$$\kappa = \frac{r_{\text{Rille}} - r_{\text{Wälzkörper}}}{r_{\text{Wälzkörper}}} \quad (2.1)$$



Abbildung 2: Schrägkugellager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.356

Schrägkugellager (siehe Abbildung 2) nehmen radiale und einseitig axiale Kräfte unter einem bestimmten Druckwinkel zwischen dem kugelförmigem Wälzkörper und der geneigten Lagerringlaufbahn auf. Der Druckwinkel beschreibt den Winkel zwischen der Senkrechten zur Lagerachse und der Drucklinie zwischen den Berührungspunkten zwischen Wälzkörper und Lagerringen. Je größer der Druckwinkel, desto größere axiale Kräfte kann das Lager aufnehmen, da sich bei größerem Winkel größere Stützweiten ergeben. Üblich sind Druckwinkel bis 40°, sodass höhere radiale Kräfte als bei Rillenkugellagern aufgenommen werden können [SCHÄ11]. Ein einzelnes Schrägkugellager kann nur einseitig axiale Kräfte aufnehmen. Daher müssen Schrägkugellager, im Gegensatz zu Rillenkugellagern, gegen ein weiteres Lager axial angestellt werden. [HABE14]. Dabei werden die Lager, wie in Abbildung 3 gezeigt, in axialer Richtung gegeneinander verspannt.

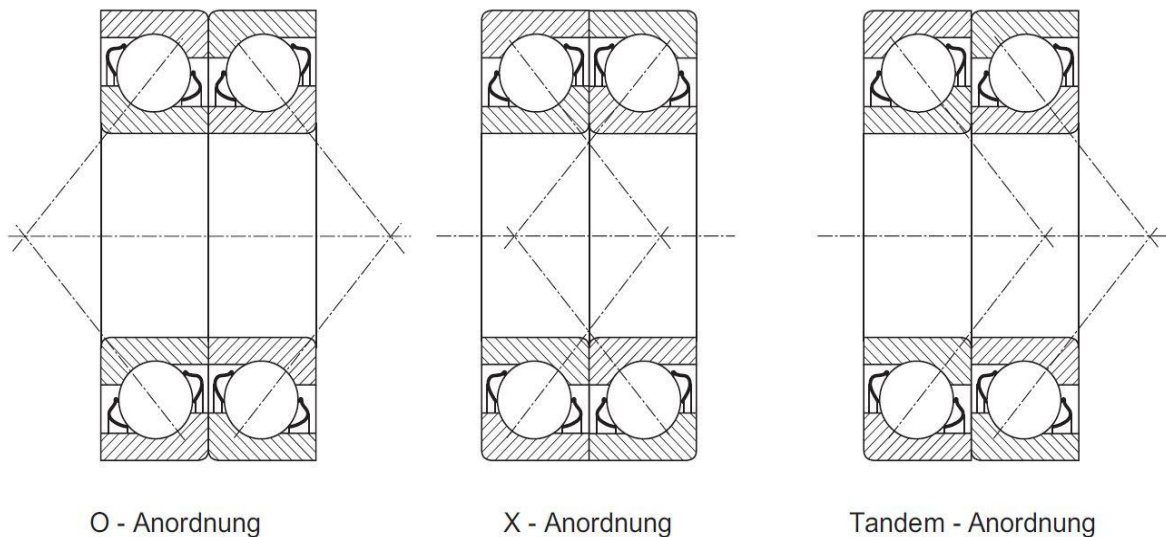


Abbildung 3: O-,X- und Tandem-Anordnung von Lagern

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.357

Möglichkeiten Lager gegeneinander anzustellen sind die O-, X- sowie die Tandem-Anordnung. Die Drucklinien der Wälzkörper schneiden sich in Schnittdarstellung im Wellenmittelpunkt. Zeigen die Druckwinkellinienspitzen bei zwei gegenüber angeordneten Lagern voneinander weg handelt es sich um eine O-Anordnung der Lager (siehe Abbildung 3). Zeigen die Druckwinkellinienspitzen aufeinander zu handelt es sich um eine X-Anordnung (siehe Abbildung 3). Sind zwei Lager auf einer Lagerseite angebracht spricht man von einer Tandem-Anordnung (siehe Abbildung 3). Um beidseitig axiale Kräfte aufnehmen zu können muss ein zweites Schrägkugellager in O- oder X-Anordnung oder alternativ ein zweireihiges Schrägkugellager verwendet werden. Zweireihige Schrägkugellager sind ähnlich aufgebaut wie ein Paar in O-Anordnung angeordnete einreihige Schrägkugellager [SCHÄ11].

Spindellager sind Schrägkugellager mit einem Druckwinkel zwischen 15° und 25° [BREC06]. Sie können, wie Schrägkugellager, radiale und axiale Kräfte aufnehmen und sind gut für die Lagerung von Werkzeugmaschinenhauptspindeln geeignet. Besonders kleine Fertigungstoleranzen und hohe Anforderungen an die Werkstoffe, die in Spindellagern verwendet werden, ermöglichen große Drehzahlen und Genauigkeiten bei der Spindellagerung. Bei sehr hohen Drehzahlen fällt die Steifigkeit allerdings ab [ROSS13]. Hochgeschwindigkeitsspindellager werden mit kleineren, dafür aber einer größeren Anzahl, Stahl- oder auch Keramikkugeln, ausgestattet. Lager mit unterschiedlichen Werkstoffen für Lagerringe und Wälzkörper werden als Hybridlager bezeichnet und ermöglichen höhere Drehzahlen und Belastungen [SKF96; BREC06].

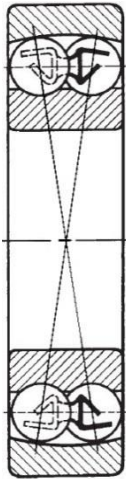


Abbildung 4: Pendelkugellager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstern, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.356

Pendelkugellager (siehe Abbildung 4) sind zweireihige Kugellager und bestehen aus einem zweireihigen Innenring mit zylindrischer oder kegelförmiger Bohrung sowie einem Außenring mit einer hohlkugeligen Laufbahn für beide Kugelreihen. Pendelkugellager sind in der Lage sowohl radial als auch axial Kräfte in beiden Richtungen aufzunehmen. Die Kugelreihen werden mit Hilfe eines Käfigs zusammengehalten und können sich pendelnd im Außenring einstellen. Daher ist das Lager winkelbeweglich, Wellenbiegungen und Schiefstellungen können durch die pendelnden Kugelreihen ausgeglichen werden [BRÄN95].

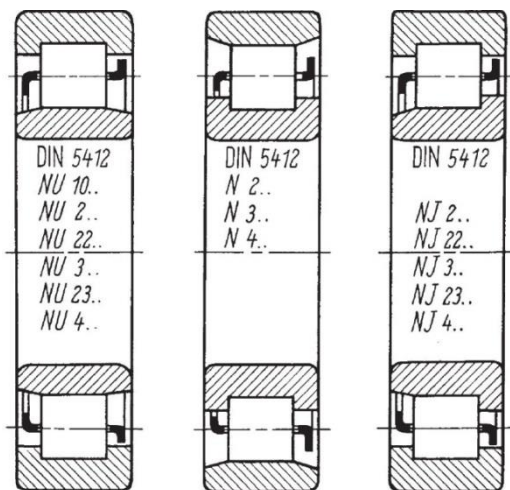


Abbildung 5: Zylinderrollenlager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstern, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.358

Die Wälzkörper von Zylinderrollenlagern (siehe Abbildung 5) sind zylindrisch und es kommt, anders als bei kugelförmigen Wälzkörpern, zu Linien- statt Punktberührung zwischen Wälzkörpern und Lagerringen. Daraus resultiert eine

hohe Steifigkeit und radiale Tragfähigkeit. Allerdings besteht bei sehr großen Drehzahlen die Gefahr des Verklemmens, sodass es zur sogenannten Selbstmordschaltung kommen kann. Bei einer Selbstmordschaltung steigt die interne Last durch überhöhte Reibungswärme. Erhöhte interne Last bedeutet steigende Reibung, sodass sich die Effekte gegenseitig verstärken und das Lager ausfallen kann [BREC06]. Die Wälzkörper von Zylinderrollenlagern werden je nach Ausführung am Innen- oder Außenring zwischen festen Borden geführt, wodurch das Lager auch axiale Kräfte in einer oder beiden Richtungen aufnehmen kann. Durch die verschiedenen Bauformen lassen sich Zylinderrollenlager als Los-, Fest- und Stützlager nutzen. Beim Kontakt zwischen Zylinderrolle und Lagerringlaufbahn treten Spannungsspitzen an den Wälzkörperenden auf. Lundberg und Sjövall entwickelten ein balliges Wälzkörperprofil, zu sehen in Abbildung 6, um diese Spannungsspitzen zu verringern. Mittlerweile wird häufig eine logarithmische Profilierung eingesetzt, da diese nach heutigen Erkenntnissen die optimalste Wälzkörpergeometrie für Zylinderrollenlager darstellt [HARR07b]. Eine passende Profilierung des Wälzkörpers kann ebenfalls leichte Schiefstellungen ausgleichen.

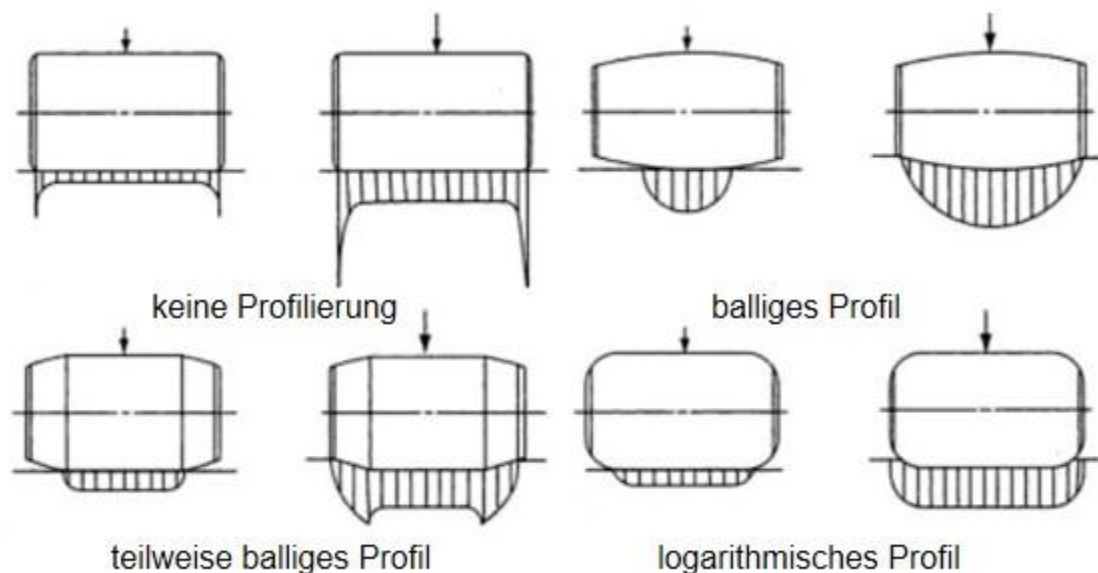


Abbildung 6: Spannungsverläufe unterschiedlicher Rollenprofile

Quelle: Harris, Tedric A.; Kotzalas, Michael N.: Rolling bearing analysis. Bd.2 Essential Concepts of Bearing Technology 5. Aufl. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007, S.130.

Zweireihige Zylinderrollenlager können große radiale Kräfte aufnehmen. Ausführungen, die als Los-, Stütz- und Festlager eingesetzt werden können, existieren wie bei einreihigen Zylinderrollenlagern [BRÄN95; HARR07b].

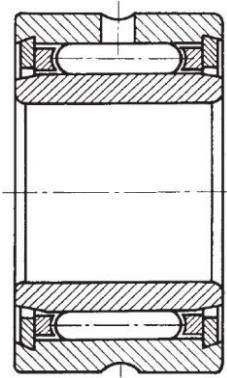


Abbildung 7: Nadelrollenlager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.359

Nadelrollenlager (siehe Abbildung 7) sind Zylinderrollenlager mit zylindrischen Wälzkörpern deren Länge um ein vielfaches Größer als der Durchmesser ist. Sie können lediglich radiale Kräfte aufnehmen. Nadelrollenlager sind platzsparend in radialer Richtung und werden daher vor allem bei Anwendungen mit wenig zur Verfügung stehendem Bauraum genutzt [BRÄN95].

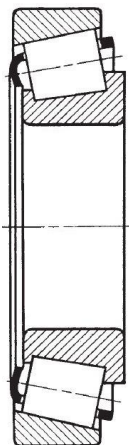


Abbildung 8: Kegelrollenlager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.360

Kegelrollenlager (siehe Abbildung 8) bestehen aus kegeligen Laufbahnen und kegelförmigen Wälzkörpern. Sie sind in der Lage hohe radiale Kräfte und axiale Kräfte in einer Richtung aufzunehmen. Aus der abgeschrägten Geometrie ergibt sich bei Kegelrollenlagern ein Druckwinkel. Ähnlich wie bei Schrägkugellagern hängt die axiale Belastbarkeit von Kegelrollenlagern vom Druckwinkel ab. Je größer der Druckwinkel, desto größere axiale Kräfte kann das Lager aufnehmen. Kegelrollenlager müssen, wie Schrägkugellager, angestellt werden und können

in X- oder O-Anordnung zur Aufnahme von beidseitigen Axialkräften verwendet werden [BRÄN95].



Abbildung 9: Tonnenlager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.360

Tonnenlager (siehe Abbildung 9) haben tonnenförmige Wälzkörper und wie Pendelkugellager hohlkugelige Außenringlaufbahnen. Sie können hohe radiale und geringe axiale Kräfte in beiden Richtungen aufnehmen. Die Wälzkörper des Tonnenlagers können sich, wie die Wälzkörper des Pendelkugellagers, pendelnd einstellen und Wellenbiegungen, Schiefstellungen und Fluchtungsfehler ausgleichen [BRÄN95].

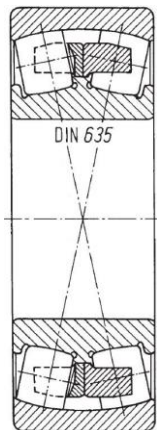


Abbildung 10: Pendelrollenlager

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.360

Pendelrollenlager (siehe Abbildung 10) sind zweireihige Tonnenlager mit hohlkugeliger Außenringlaufbahn. Sie können, wie auch einreihige Tonnenlager, Wellenbiegungen, Schiefstellungen und Fluchtfehler ausgleichen. Die Laufbahnen des Lagers sind zueinander geneigt, sodass die Lager gut für hohe

stoßartige Belastungen geeignet sind. Pendelrollenlager können radiale und beidseitig axiale Lasten aufnehmen [BRÄN95].

2.3 Lagerung von Hauptspindeln

Die Auswahl der Lageranordnung hängt vor allem von Größe und Richtung der auftretenden Kräfte und der geforderten Drehzahleignung, Steifigkeit und Rundlaufgenauigkeit der Lager ab. Im Wesentlichen existieren drei verschiedene Möglichkeiten zur Lageranordnung: die Fest-Fest-Lagerung, die angestellte Lagerung und die Fest-Los-Lagerung.

← Arbeitsseite

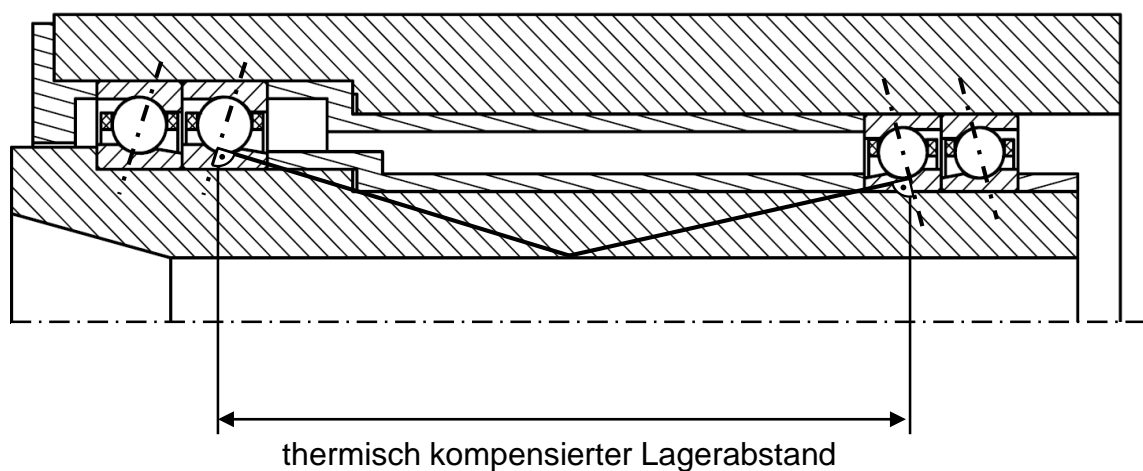


Abbildung 11: Fest-Fest-Lagerung mit thermisch kompensiertem Lagerabstand

Quelle: Falker, Jens: Entwicklung einer Berechnungssoftware für ein neues radiales Loslager zum Einsatz in Hochgeschwindigkeitsanwendungen. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen der RWTH Aachen, Aachen, 2012, S.6.

Bei der Fest-Fest-Lagerung sind die inneren und äußeren Lagerringe axial fest (siehe Abbildung 11). Die Lager müssen Axial- und Radialkräfte aufnehmen können, daher werden unter anderem Schrägkugel- oder Kegelrollenlager verwendet. Zur Erhöhung der Spindelsteifigkeit können Lagerpakete mit mehr als einem Lager an den einzelnen Lagerstellen genutzt werden [BRÄN95]. Mit Hilfe von unterschiedlich langen Distanzhülsen, welche zwischen Innen- und Außenringen der Lagerungsseiten angebracht sind, können die Lager vorgespannt werden. Eine höhere Temperatur der Spindel im Vergleich zum Gehäuse kann bei dieser Lageranordnung zu einer ungleichmäßigen Verlagerung von Innen- und Außenringen führen. Dadurch kann eine Veränderung der Vorspannung eintreten. Befinden sich die Lager in O-Anordnung kann diese Vorspannungsänderung verringert werden, da sich die Innenringe bei thermisch kompensiertem Abstand in Richtung der kleinsten Vorspannungsänderung bewegen. Bei einem thermisch kompensierten Abstand

schneiden sich die Druckwinkellinien von Schrägkugellagern beziehungsweise die verlängerten Außenringlaufbahnen beider Lager in einem Punkt. Aufgrund der eingeschränkten Geometrie durch den Stator sowie den Temperaturunterschieden zwischen Spindel und Gehäuse eignet sich eine Fest-Los-Lagerung für Motorspindeln nicht [TÜLL99].

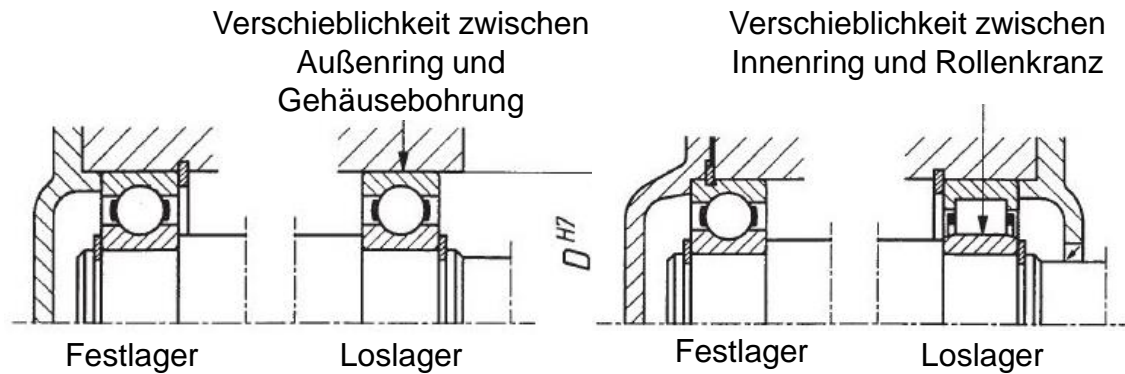


Abbildung 12: Fest-Los-Lagerung

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.378

Eine Fest-Los-Lagerung besteht aus einer Festlagerung und einer Loslagerung (siehe Abbildung 12). Das Festlager muss sowohl axiale als auch radiale Kräfte aufnehmen können. Das Loslager hat die Aufgabe radiale Kräfte aufzunehmen und thermische Längenänderungen sowie Längendifferenzen durch Fertigungstoleranzen in axialer Richtung durch Verschieben auszugleichen [BRÄN95]. Als Festlager einer Fest-Los-Lagerung kann jedes Lager, das in der Lage ist sowohl axiale als auch radiale Kräfte aufzunehmen, verwendet werden. Das Lager an der Loslagerseite muss axial verschiebbar sein. Es können zum Beispiel Zylinderrollen oder Nadelrollenlager genutzt werden, bei denen einer der beiden Ringe bordlos ausgeführt ist. Alternativ kann einer der Ringe des verwendeten Lagers auf der Welle oder im Gehäuse beweglich konstruiert werden, sodass prinzipiell alle Lagertypen verwendet werden können. Der bewegliche Sitz kann zum Beispiel durch einen Schiebesitz mit Hilfe einer Kugelbuchse umgesetzt werden [BRÄN95]. Das Loslager verhindert eine axiale Verspannung der Lager, jedoch besteht die Gefahr, dass sich die Vorspannung der Lager bei hohen Drehzahlen, durch thermische Dehnung, ändert und die Prozessgenauigkeit durch sinkende Steifigkeiten verringert [BREC06].

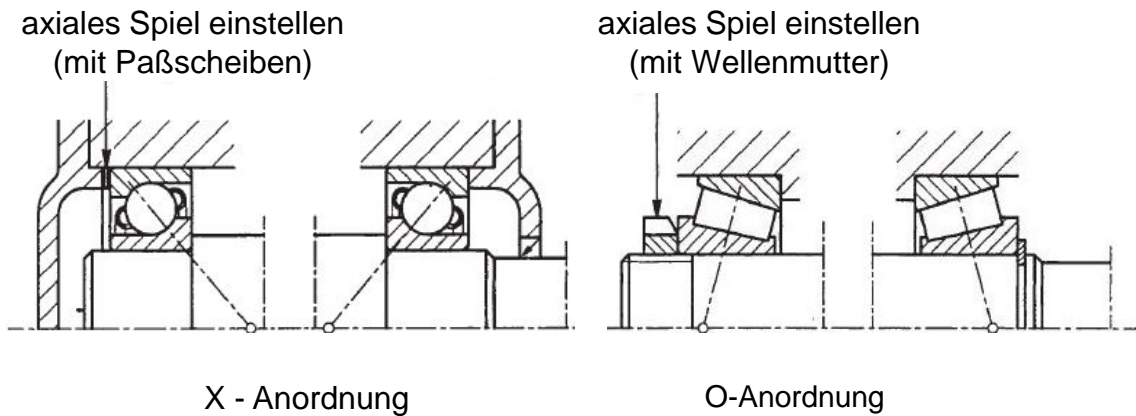


Abbildung 13: Angestellte Lagerung

Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.379

Die angestellte Lagerung wird durch entgegengesetzt orientierte Schräglager in O- oder X-Anordnung realisiert (siehe Abbildung 13). Die Lager werden angestellt, das heißt die Lager werden bei der Montage vorgespannt. Es ist so möglich, die Vorspannung bei der Montage einzustellen. Die angestellte Lagerung eignet sich nicht für Motorspindeln. Für eine angestellte Lagerung sind vor allem Spindellager oder Schrägkugellager geeignet. Kegelrollenlager sind, aufgrund ihrer geringeren Drehzahlleistung, weniger gut geeignet [TÜLL99].

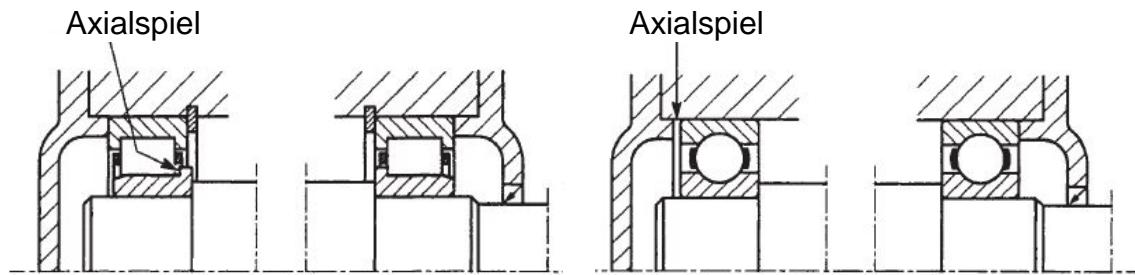
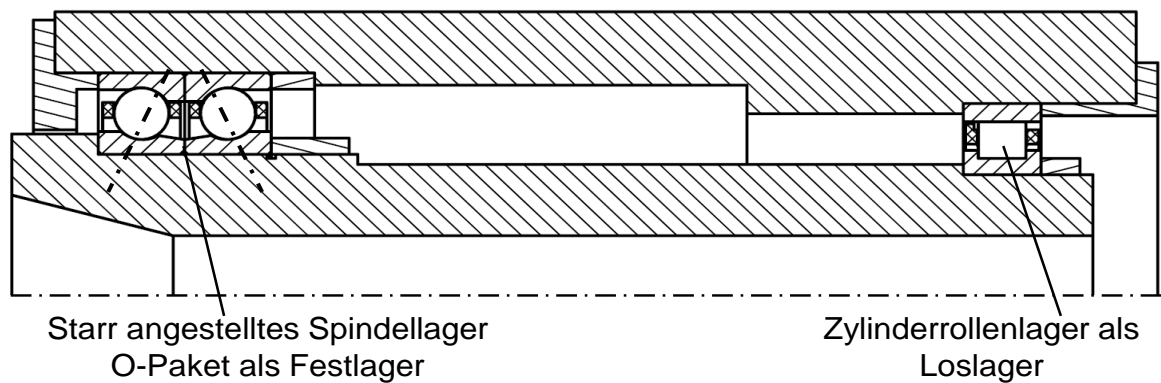


Abbildung 14: Schwimmende Lagerung

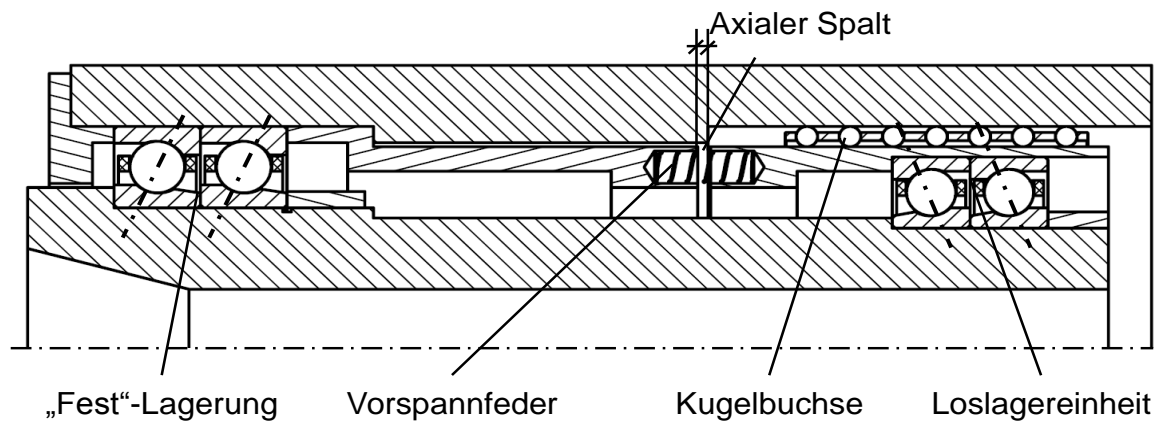
Quelle: Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014, S.379

Der Aufbau der schwimmenden Lagerung ist ähnlich der angestellten Lagerung, jedoch werden jeweils Innen- oder Außenringe der Lager mit einem Axialspiel konstruiert (siehe Abbildung 14). Dadurch entsteht eine einfache zu konstruierende Variante, welche auch bei großen Temperaturunterschieden zwischen Gehäuse und Welle nicht verspannt. Als Lagertyp kommen prinzipiell alle Lagertypen in Frage, die nicht angestellt werden müssen, da aufgrund des Axialspiels keine Vorspannung in der Lagerung vorherrscht. Alternativ können Zylinderrollenlager der Bauform NJ verwendet werden, dabei entfällt die spielfreie Konstruktion der Lagerringe [BRÄN95]. Die schwimmende Lagerung eignet sich nur für Anwendungen mit geringen Anforderungen an die Führungsgenauigkeit, da sich die Welle axial im Gehäuse verlagern kann. Für die Spindellagerung eignet sich die schwimmende Lagerung daher nicht. Ebenso kann diese Art der Lagerung nur bei axialen Kräften in einer Richtung verwendet werden [HABE14].

← Arbeitsseite



Fest-Los-Lagerung mit starr angestellter Festlagerung



elastisch angestellte Lagerung

Abbildung 15: Spindellagerung

Quelle: Falker, Jens: Entwicklung einer Berechnungssoftware für ein neues radiales Loslager zum Einsatz in Hochgeschwindigkeitsanwendungen. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen der RWTH Aachen, Aachen, 2012, S.7-8.

Abbildung 15 zeigt speziell für Motorspindeln geeignete Lagerungsarten, eine Fest-Los-Lagerung mit angestellter Lagerung auf der Festlagerseite sowie eine elastisch angestellte Lagerung. Die Fest-Loslagerung mit starr angestellter Lagerung auf der Festlagerseite ermöglicht den Ausgleich von thermischen Dehnungen durch die Loslagerseite. An der starr angestellten Festlagerseite kann die Vorspannung im Betrieb zunehmen. Durch die zunehmende Vorspannung kann es zur Verringerung der Steifigkeit kommen [BREC06]. Konstante Steifigkeiten und höhere Drehzahlen lassen sich durch ein elastisch angestelltes Loslager realisieren. Dabei wird die Lagerung federnd, hydraulisch oder pneumatisch vorgespannt. Drehzahl- und wärmebedingte Änderungen von axialer Lage des Innenrings und des Druckwinkels werden durch die elastische Anstellung ausgeglichen und es kann eine nahezu konstante Vorspannung über einen großen Drehzahlbereich erreicht werden [TÜLL99].

2.4 Modifizierte Lager für Hauptspindeln

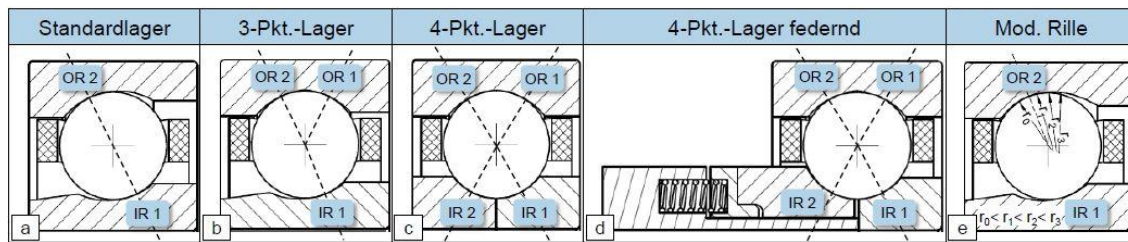


Abbildung 16: Modifizierte Spindellager

Quelle: Rossaint, Jens: Steigerung der Leistungsfähigkeit von Spindellagern durch optimierte Lagergeometrien. Dissertation. Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, Aachen, 2013, S.24.

Um den spezifischen Nachteilen von Spindellagern oder Zylinderrollenlagern in Motorspindeln entgegenzuwirken, wurden neue Lagertypen in Werkzeugmaschinen betrachtet.

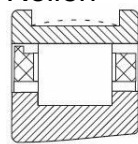
Der Einsatz von Dreipunktlagern (siehe Abbildung 16) soll Steifigkeitsverluste bei hohen Drehzahlen verringern. Dreipunktlager sind ähnlich wie Schrägkugellager aufgebaut, verfügen allerdings über zwei Kreisbogenförmige Laufbahnen in der Form eines gotischen Bogens am Außenring. Daher gibt es am Außenring zwei Kontaktstellen die eine drehzahlbedingte Verlagerung des Wälzkörpers verhindern und so den Drehzahleinfluss einschränken sollen. Es treten jedoch hohe Bohrwinkelgeschwindigkeiten auf [BRÄN95]. Die Bohrbewegung ist eine Drehung des Wälzkörpers um die Berührnormale zwischen Wälzkörper und Lagerring. Ursache für die hohen Bohrwinkelgeschwindigkeiten bei Dreipunktlagern ist der symmetrische Aufbau des Lagers, wodurch die beiden Außenringkontakt als Momentanpole wirken. Die auftretende Reibung führt zu hohen Temperaturen. Durch eine unsymmetrische Außenringgeometrie kann dieser Effekt verhindert und so eine hohe Drehzahleignung erreicht werden. Die Problematik der Verlagerung bei hohen Drehzahlen bleibt jedoch für den Kontakt am Innenring bestehen [ROSS13].

Vierpunktlager (siehe Abbildung 16) verfügen, im Unterschied zu Dreipunktlagern, zusätzlich über einen Innenring mit ebenfalls zwei kreisbogenförmigen Laufbahnen. Durch die jeweils zwei Kontakte am Außen- und Innenring werden Verlagerungen noch effektiver verhindert als beim Dreipunktlager. Die vier Kontakte ermöglichen hohe Steifigkeiten und geringe Verlagerungen sowie die Aufnahme von Kräften in allen Richtungen. Ein Nachteil von Vierpunktlagern besteht jedoch in der Verklemmungsgefahr, da durch thermische Einflüsse und die wirkenden Fliehkräfte bei hohen Drehzahlen die internen Lasten steigen. Mit Hilfe eines federnd angestellten Innenrings kann der Vierpunktkontakt über den gesamten Drehzahlbereich erreicht und die Gefahr des Verklemmens verringert werden. Aus der Anzahl der Kontakte resultieren

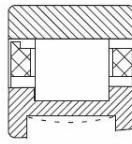
hohe Reibungen, welche zu einer erhöhten Temperatur führt. Diese Temperaturen verhindern eine Eignung von Vierpunktlagern für sehr hohen Drehzahlen [ROSS13].

Eine weitere Möglichkeit, bei steigender Drehzahl, die Erhöhung der Reibung und das Abfallen der Steifigkeit einzuschränken, soll durch eine veränderte Laufbahngeometrie erreicht werden. Statt der üblichen kreisbogenförmigen Laufbahn wird eine Laufbahn mit steigendem Rillenradius entgegen der Lastrichtung eingesetzt (siehe Abbildung 16), sodass sich bei steigender Drehzahl die Position der Kugel durch den Fliehkrafteinfluss so verändert, dass sich eine optimalere Schmiegun für den jeweiligen Belastungsfall einstellt. Mit Hilfe der veränderten Rillengeometrie können geringere Temperaturen bei erhöhten Drehzahlen erreicht werden [SPAC08]. Der Nachteil der drehzahlabhängigen Schmiegun sind geringere Steifigkeiten sowie höhere Verlagerungen [ROSS13].

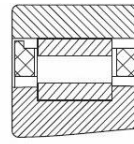
Geometrische Variationen zur Vermeidung der thermischen Verspannung von Ringen und Rollen



nachgiebiger
Außenring

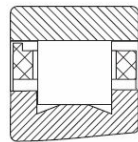


nachgiebiger
Innenring

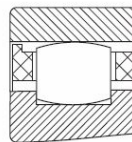


nachgiebige
Rollen

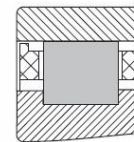
Geometrische Variationen zur Minimierung der Reibungsverluste im Wälzkontakt



schmale
Laufbahn



balliges
Rollenprofil



keramische
Wälzkörper

Abbildung 17: Modifizierte Zylinderrollenlager

Quelle: Brecher, Christian; Weck, Manfred: Werkzeugmaschinen. Band 2: Konstruktion und Berechnung. 8. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2006, S.424.

Um dem Einfluss von thermisch bedingten Dehnungen auf die Vorspannung von Zylinderrollenlagern entgegen zu wirken wurden modifizierte Zylinderrollenlager getestet (siehe Abbildung 17). Durch nachgiebige Lagerringe oder Wälzkörper wird die Erhöhung der internen Last durch thermische Dehnung verringert und ein Ausfall der Lager verhindert. Einstiche am Innenring des Lagers, ballige Wälzkörperprofile sowie keramische Wälzkörper sind Möglichkeiten die Reibung und somit die Wärmeproduktion im Wälzkontakt zu verringern [BREC06].

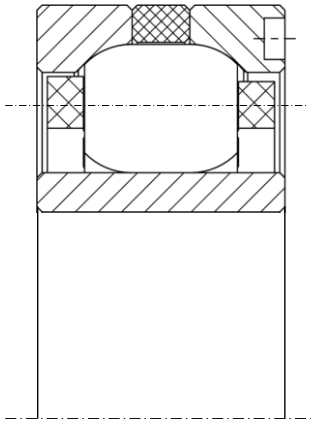


Abbildung 18: Floating Roller Ball Lager

Quelle: Vgl. Brecher, Christian, Falker, Jens: Floating Roller Ball Lager. Ein neuartiges Loslagerkonzept für Hochgeschwindigkeitsanwendungen. In: Effiziente Produktion. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 2 Fertigungstechnik: VDI-Verlag, Düsseldorf, in Druck.

Um den weiterhin bestehenden Nachteilen entgegen zu wirken wurde am Werkzeugmaschinenlabor der RWTH Aachen ein neues Loslagerkonzept, das Floating Roller Ball Lager (FRB), entwickelt (siehe Abbildung 18). Eine neuartige Wälzkörpergeometrie mit kombinierten Linien- und Mehrpunktkontakt verbindet die Vorteile von Zylinderrollen- und angestellten Mehrpunktlagern. Die Wälzkörper des FRB-Lagers bestehen aus einem zylindrischen Mittelteil und zwei halbkugelförmigen Seitenteilen, dessen Radien tangential in den zylindrischen Mittelteil übergehen. Zwischen Innenring und dem zylindrischen Mittelteil der Wälzkörper entsteht ein Linienkontakt wie bei einem Zylinderrollenlager. Der Außenring des FRB-Lagers ist geteilt und die beiden Außenringhälften durch einen Dehnungsring getrennt. Bei federnder Anstellung des Außenrings ergeben sich zwei Punktkontakte zwischen den kugelförmigen Seiten des Wälzkörpers und der jeweiligen Außenringhälfte, ähnlich dem Kontakt bei Schrägkugellagern. Der Dehnungsring hat einen höheren Wärmeausdehnungskoeffizient als die Außenringhälften. Wird das Lager erwärmt dehnt sich der Dehnungsring stärker als die Außenringhälften aus, drückt die Außenringe auseinander und verringert so thermische Verspannungen im Lager [BREC14].

2.5 Berechnungsgrundlagen für Zylinderrollenlager

In folgendem Abschnitt werden die allgemeinen Berechnungsgrundlagen für Zylinderrollenlager in der Funktion als Loslager vorgestellt. Die Aufnahme axialer Kräfte durch das Lager und resultierende Kräfte sowie Momente im Bordkontakt werden nicht beschrieben.

2.5.1 Berechnung Lagergeometrie

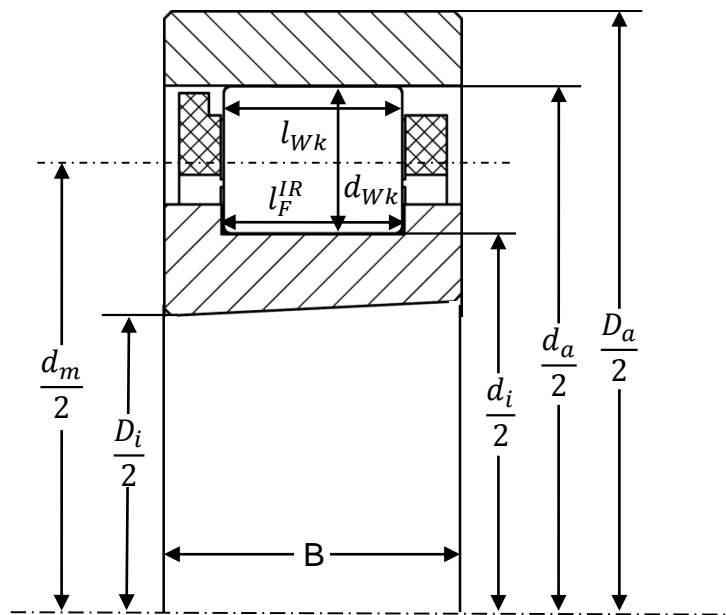


Abbildung 19: Geometrische Größen am Zylinderrollenlager

In Anlehnung an: Brändlein, Johannes: Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen. 3. Aufl. Mainz: Vereinigte Fachverlage, 1995, S.74.

Die Makrogeometrie eines Zylinderrollenlagers kann mit Hilfe weniger Größen bestimmt werden (siehe Abbildung 19). Der Teilkreis- oder Wälzkreisdurchmesser beschreibt den Durchmesser auf dem die Wälzkörpermittelpunkte um die Lagerachse rotieren, das entspricht ungefähr dem mittleren Lagerdurchmesser

$$d_m \approx \frac{D_a + D_i}{2} \quad (2.2)$$

oder der Mitte des Laufbahndurchmessers von Innen- und Außenring:

$$d_m \approx \frac{d_a + d_i}{2} \quad (2.3)$$

Das radiale Lagerspiel lässt sich mit Hilfe der Laufbahndurchmesser sowie des Wälzkörperdurchmessers berechnen:

$$P_{\text{radial}} = d_a - d_i - 2d_{\text{Wk}} \quad (2.4)$$

Das axiale Lagerspiel errechnet sich aus dem Abstand der Borde und der Länge des Wälzkörpers:

$$P_{\text{axial}} = l_F^{\text{IR}} - l_{\text{Wk}} \quad (2.5)$$

Durch auftretende Kräfte und thermische Dehnung im Betrieb, oder durch Montagepressungen kann sich die Lagergeometrie verändern. So weitet sich unter anderem der Innenring durch Fliehkrafteinfluss im Betrieb auf. Dies betrifft vor allem die radiale Lagerluft. Diese kann bei Hochgenauigkeitszylinderrollenlagern, mit Hilfe eines Kegelsitzes, zudem durch die Montage eingestellt werden. Zylinderrollenlager können so vorgespannt werden. Die Größe der Vorspannung oder der radialen Lagerluft hängt von der konstruktiven Gestaltung der Lagerung, ihrer Montage sowie Fertigung der Lager ab [BREC06].

2.5.2 Wälzkörper und Lagerringgeschwindigkeiten

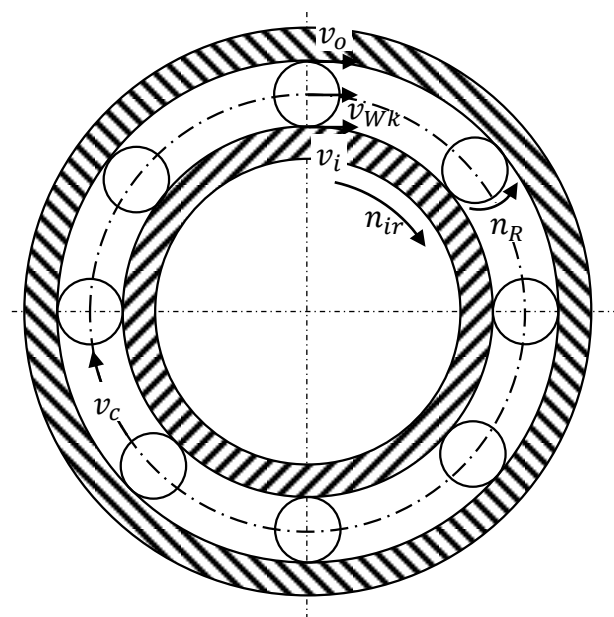


Abbildung 20: Geschwindigkeiten im Zylinderrollenlager

Quelle: Harris, Tedric A.; Kotzalas, Michael N.: Rolling bearing analysis. Bd.2 Essential Concepts of Bearing Technology 5. Aufl. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007, S.182.

Um dynamisch auftretende Kräfte berechnen zu können ist es nötig die Bewegungsverhältnissen im Betrieb, wie in Abbildung 20 dargestellt, zu bestimmen. Aus der Drehzahl der Welle kann die Winkelgeschwindigkeit

berechnet werden. Für den Anwendungsfall Spindellagerung wird von einem stillstehenden Außenring ausgegangen, daher ist die Drehzahl der Welle gleich der Drehzahl des Innenrings:

$$\omega_{ir} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{ir}}{60} \quad (2.6)$$

Die Geschwindigkeit des Innenrings berechnet sich aus dem Radius und der Winkelgeschwindigkeit:

$$v = \omega \cdot r \quad (2.7)$$

Die Wälzkörpergeschwindigkeit beschreibt die Drehung des Wälzkörpers um seine eigene Achse. Bei stillstehendem Außenring wendet Harris [HARR07b] folgende Gleichung zur Bestimmung der Wälzkörpergeschwindigkeit an:

$$\omega_R = \frac{-\omega_{ir}}{\frac{r'_o(\cos \beta \cos \beta' \cos \alpha_o + \sin \beta \sin \alpha_o)}{\frac{d_m}{2} + r'_o \cos \alpha_o} + \frac{r'_i(\cos \beta \cos \beta' \cos \alpha_i + \sin \beta \sin \alpha_i)}{\frac{d_m}{2} - r'_i \cos \alpha_i}} \quad (2.8)$$

Die Winkel β und β' beschreiben die Verkipfung des Wälzkörpers β um die Wälzkörperachse sowie das Schrägen β' um den Wälzkörpermittelpunkt. Für den Fall, dass der Wälzkörper nicht oder nur leicht verkippt ist, beträgt der Kontaktwinkel α zwischen Laufbahn und Wälzkörper bei Zylinderrollenlagern ungefähr 0° und kann daher vernachlässigt werden. Gleichung 2.6 lässt sich damit zu

$$\omega_R = \frac{-\omega_{ir}}{\frac{r'_o \cos \beta \cos \beta'}{\frac{d_m}{2} + r'_o} + \frac{r'_i \cos \beta \cos \beta'}{\frac{d_m}{2} - r'_i}} \quad (2.9)$$

vereinfachen.

Die Winkelgeschwindigkeiten am Außen- und Innenringkontakt berechnet Harris mit:

$$\omega_o = \frac{-\omega_{ir}}{1 + \frac{r'_i(\frac{d_m}{2} + r'_o \cos \alpha_o)(\cos \beta \cos \beta' \cos \alpha_i + \sin \beta \sin \alpha_i)}{r'_o(\frac{d_m}{2} - r'_i \cos \alpha_i)(\cos \beta \cos \beta' \cos \alpha_o + \sin \beta \sin \alpha_o)}} \quad (2.10)$$

und

$$\omega_i = \frac{\omega_{ir}}{1 + \frac{r'_o(\frac{d_m}{2} - r'_i \cos \alpha_i)(\cos \beta \cos \beta' \cos \alpha_o + \sin \beta \sin \alpha_o)}{r'_i(\frac{d_m}{2} + r'_o \cos \alpha_o)(\cos \beta \cos \beta' \cos \alpha_i + \sin \beta \sin \alpha_i)}} \quad (2.11)$$

Wiederum unter der Annahme $\alpha \approx 0$ folgt:

$$\omega_o = \frac{-\omega_{ir}}{1 + \frac{r'_i(\frac{d_m}{2} + r'_o)(\cos \beta \cos \beta')}{r'_o(\frac{d_m}{2} - r'_i)(\cos \beta \cos \beta')}} \quad (2.12)$$

$$\omega_i = \frac{\omega_{ir}}{1 + \frac{r'_o(\frac{d_m}{2} - r'_i)(\cos \beta \cos \beta')}{r'_i(\frac{d_m}{2} + r'_o)(\cos \beta \cos \beta')}} \quad (2.13)$$

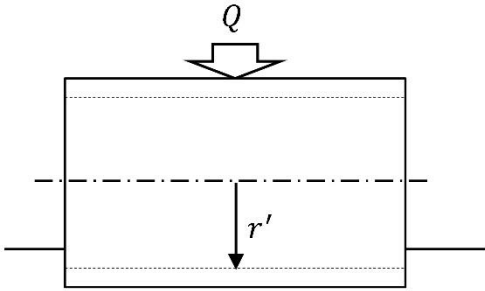


Abbildung 21: Reduzierter Radius

Der reduzierte Radius r'_i (siehe Abbildung 21) für den Kontakt am Innenring beziehungsweise der reduzierte Radius r'_o für den Kontakt am Außenring ergibt sich aus den Pressungen im Kontakt zwischen Wälzkörper und Laufbahn. Durch die elastische Einfederung des Wälzkörpers ergibt sich ein kleinerer Radius als der Nennradius des Wälzkörpers.

Treten im Lager radiale Kräfte auf, bewegen sich die Wälzkörper nicht gleichmäßig um die Lagerachse. Im Lastbereich laufen die Wälzkörper schneller um und es kommt zum sogenannten Kugelvorrück [BREC06]. Die angegebene Umlaufgeschwindigkeit der Wälzkörper ω_{wk} bezeichnet daher lediglich die mittlere Winkelgeschwindigkeit mit der sich die Wälzkörper um die Lagerachse bewegen. Diese ist gleich der Käfiggeschwindigkeit ω_c , welche nach Harris mit folgenden Formeln bestimmt wird:

$$\omega_c = \omega_{ir} - \omega_i \quad (2.14)$$

$$\omega_c = -\omega_o \quad (2.15)$$

2.5.3 Kräfte und resultierende Momente am Wälzkörper

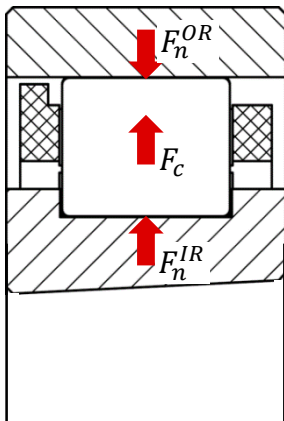


Abbildung 22: Auftretende Kräfte am Wälzkörper

In Anlehnung an: Brecher, Christian; Weck, Manfred: Werkzeugmaschinen. Band 2: Konstruktion und Berechnung. 8. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2006, S.17.

Bei einer radial am Lager angreifenden Kraft, die nicht durch die Drehbewegung des Lagers entsteht, spricht man von einer statischen Belastung. Die dynamische Belastung resultiert aus der Drehbewegung des Lagers [BRÄN95]. Die Belastung wird durch die Welle beziehungsweise Spindel über den Innenring in das Lager eingeführt und dann über die Wälzkörper sowie den Außenring in das Gehäuse abgeführt [HABE14].

Die Normalkräfte, am Wälzkörper (siehe Abbildung 22) werden mit Hilfe der Kontaktberechnung nach Hertz beziehungsweise Linienkontaktmodellen bestimmt. Näheres dazu im Unterkapitel 2.5.4 sowie 2.5.5.

Die Fliehkräfte (siehe Abbildung 22), welche die einzelnen Wälzkörper belasten, lassen sich mit Hilfe der Umlaufgeschwindigkeit der Wälzkörper berechnen. Dazu ist es nötig zunächst das Volumen V_{Wk} sowie die Masse m_{Wk} eines Wälzkörpers zu bestimmen:

$$V_{Wk} = l_{Wk} \cdot \pi \cdot r_{Wk}^2 \quad (2.16)$$

$$m_{Wk} = \rho_{Wk} \cdot V_{Wk} \quad (2.17)$$

Die Fliehkraft F_c eines Wälzkörpers ergibt sich aus Umlaufgeschwindigkeit, Masse des Wälzkörpers und Wälzkreisradius:

$$F_c = m_{Wk} \cdot \omega_c^2 \cdot \frac{d_m}{2} \quad (2.18)$$

Im Wälzkontakt treten Festkörperreibkräfte zwischen Wälzkörper und Laufbahn sowie hydrodynamische und elastohydrodynamische Reibung durch

Schmierstoffeinfluss auf. Die Reibkräfte lassen sich weiter in Gleit-, Roll- und Bohrreibung unterscheiden. Bei rein radial belasteten Zylinderrollenlagern, deren Wälzkörper ideal durch Borde geführt werden und nicht verkippt sind, tritt keine Bohrreibung zwischen Wälzkörper und Laufbahn auf.

Das gesamte Reibungsmoment M_r besteht aus dem lastabhängigen Moment M_1 und dem drehzahl- und schmierstoffabhängigen Moment M_v [HARR07b]:

$$M_r = M_1 + M_v \quad (2.19)$$

Das lastabhängige Reibmoment berechnet sich aus dem Beiwert f_1 , der maßgeblichen Belastung F_β beziehungsweise der Radiallast F_R und dem Teilkreisdurchmesser:

$$M_1 = f_1 \cdot F_\beta \cdot d_m \quad (2.20)$$

Das lastunabhängige Reibmoment M_v ergibt sich aus dem Beiwert f_0 , der kinematischen Viskosität des Schmierstoffes ν_0 , der Drehzahl sowie dem Teilkreisdurchmesser:

$$M_v = f_0 \cdot (\nu_0 \cdot n)^{\frac{2}{3}} d_m^3 \quad (2.21)$$

Die lagerabhängigen Beiwerte f_0, f_1 sind Versuchswerte und lassen sich mit Hilfe entsprechender Tabellen ermitteln. Die kinematische Viskosität lässt sich aus Tabellen entnehmen und ist Schmierstoffabhängig [HARR07b]. Bei hohen Drehzahlen oder unzureichender Schmierung kann die Reibung, von der mit den zuvor beschriebenen Formeln abgeschätzten Reibung, abweichen. Daher existieren vor allem für die lastunabhängige schmierstoffabhängige Reibung komplexere Verfahren zur Reibungsbestimmung, welche zum Beispiel auf Streifen- oder diskreten Modellen basieren [TEUT05; HARR07a]. Koch [KOCH08] und Fritz [FRIT11] bieten in ihren Arbeiten einen Überblick über weitere Berechnungsmethoden für die Bestimmung der Reibung im Wälzkontakt.

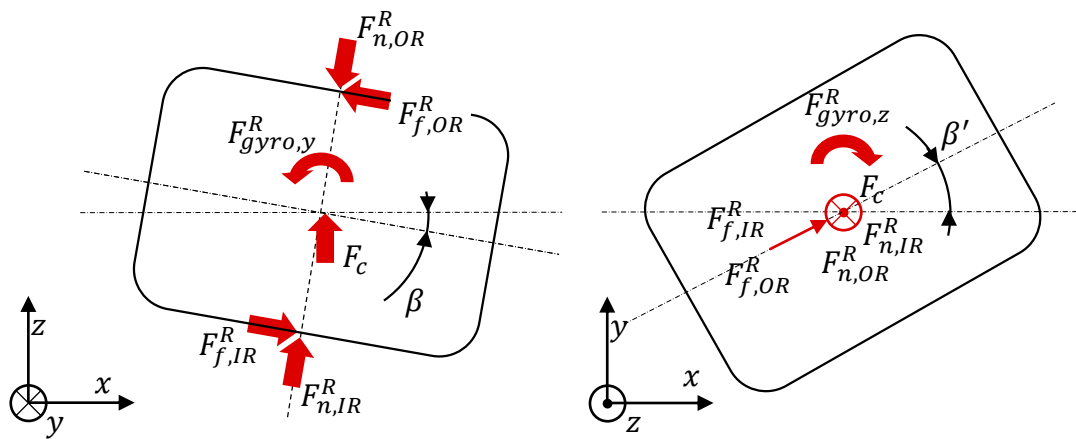


Abbildung 23: Kräfte und Momente am Wälzkörper

In Anlehnung an: Brecher, Christian, Falker, Jens: Floating Roller Ball Lager. Ein neuartiges Loslagerkonzept für Hochgeschwindigkeitsanwendungen. In: Effiziente Produktion. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 2 Fertigungstechnik: VDI-Verlag, Düsseldorf, in Druck.

Bei verkippten oder geschränkten Wälzkörpern treten über die Wälzkörperlänge und Wälzkörperbreite betrachtet unsymmetrische Kräfte auf (siehe Abbildung 23). Aus diesen Kräften entstehen zusätzlich Momente um Lager- und Wälzkörperachse am Wälzkörper. Die auftretenden Momente um die z-Achse bilden ein Rückstellmoment, welches den Wälzkörper in eine nicht geschränkte Position drängt. Wird die Kraft über die Wälzkörperlänge unterteilt und die Teilkräfte mit dem jeweiligen Hebelarm multipliziert erhält man aus der Summe der Momente das auftretende Kippmoment um den Wälzkörpermittelpunkt. Weiteres zur Berechnung der Momente bei verkipptem Wälzkörper ist in Kapitel 2.5.5 beschrieben.

Bei jedem Wälzkörperkontakt, mit Kontaktwinkel zwischen Wälzkörper und Laufbahn beziehungsweise im Fall von Zylinderrollenlagern mit relativ zur Laufbahn gekippten oder geschränkten Wälzkörpern, tritt zudem ein gyrokopisches Moment auf. Das gyrokopische Moment M_{gyro} errechnet sich aus dem Trägheitsmoment des Wälzkörpers J_{Wk} der Wälzkörpergeschwindigkeit, der Umlaufgeschwindigkeit der Wälzkörper und dem Kipp- und Schränkwinkel:

$$J_{Wk} = \frac{1}{2} m_{Wk} \cdot r_{Wk}^2 \quad (2.22)$$

$$M_{gyro,y} = J_{Wk} \cdot \omega_R \cdot \omega_m \cdot \sin \beta \quad (2.23)$$

$$M_{gyro,z} = -J_{Wk} \cdot \omega_R \cdot \omega_m \cdot \cos \beta \sin \beta' \quad (2.24)$$

Das Moment $M_{gyro,y}$ beschreibt das gyrokopische Moment um die Wälzkörperachse. Es tritt nur bei verkipptem Wälzkörper auf. $M_{gyro,z}$ beschreibt

das gyroskopische Moment bei geschränktem Wälzkörper (siehe Abbildung 23) [HARR07a].

2.5.4 Hertz'sche Pressung bei Punktkontakt

Zur Beschreibung der Kräfte und Pressungen beim Kontakt zwischen zwei festen elastischen Körpern ist die Betrachtung der Druckfläche ein wichtiger Faktor. Die Kontaktfläche beim Kontakt zwischen Wälzkörper und Laufbahn hängt vor allem von der Wälzkörpergeometrie ab. Bei kugelförmigen Wälzkörpern bildet sich, durch die Deformation, eine elliptische Druckfläche zwischen den beiden Kontaktpartnern. Man spricht dabei von Punktkontakt.

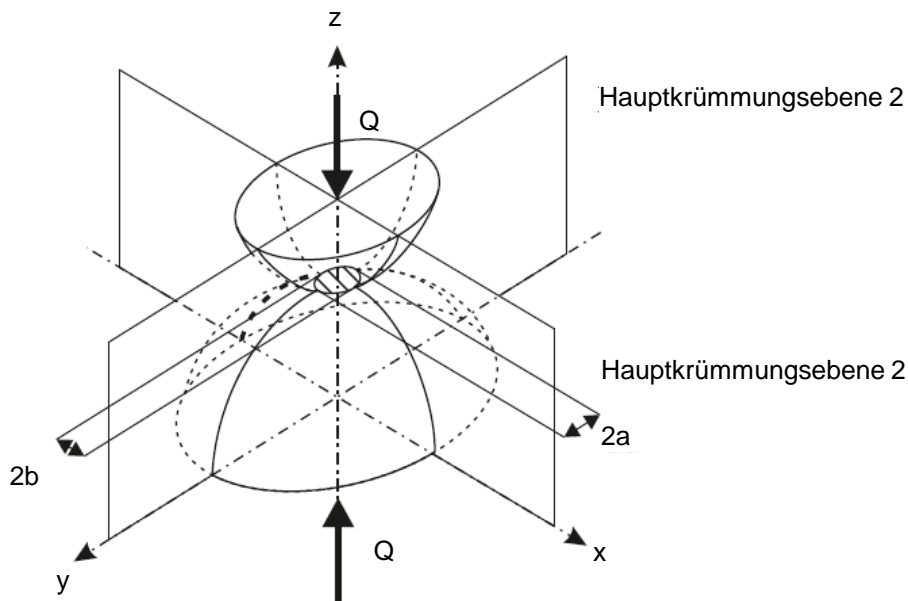


Abbildung 24: Berührung zweier allseitig gekrümmter Körper und die Hauptkrümmungsebenen

Quelle: Brecher, Christian; Weck, Manfred: Werkzeugmaschinen. Band 2: Konstruktion und Berechnung. 8. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2006, S.97.

Hertz stellt eine Methode zur Bestimmung der Druckfläche, der Deformation und des Drucks bei zwei, sich berührenden, gekrümmten Körper im Kontakt dar. Hertz geht von zwei elastisch isotropen Körpern aus. Er nimmt dabei an, dass die Berührfläche der beiden Körper sehr klein im Vergleich zu ihren Dimensionen ist. Zudem fordert Hertz eine glatte Berührfläche, sodass zwischen den beiden Körpern lediglich senkrechter Druck angenommen werden kann [HERT82].

Die genannten Voraussetzungen werden bei Wälzlager nicht vollständig erfüllt. Für Wälzlager verwendete, meist metallische Werkstoffe sind nicht homogen und isotrop. Zudem kann je nach Lagergeometrie das Verhältnis von Kontaktpartner und Berührfläche größer werden als gefordert. Des Weiteren sind gekrümmte Berührflächen möglich, welche der Annahme einer ebenen Berührfläche widersprechen. Dennoch liefern die Hertz'schen Gleichungen ausreichend

genaue Ergebnisse für die Berechnung der Pressung bei Wälzlagern [BRÄN95]. Zur Bestimmung der Pressung nach Hertz ist es nötig vollständige elliptische Integrale zu lösen [HERT82]. Mit Hilfe von Tabellenwerten kann die Berechnung stark vereinfacht werden. Alternativ haben Brewe und Hamrock [BREW77] mit Hilfe linearer Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate eine Möglichkeit zur Abschätzung der Beiwerte vorgestellt, sodass die Rechnung weniger aufwendig durchführbar wird:

$$\kappa \approx 1,0339 \left(\frac{R_y}{R_x} \right)^{0,636} \quad (2.25)$$

$$E \approx 1,0003 + \frac{0,5968}{\frac{R_y}{R_x}} \quad (2.26)$$

$$F \approx 1,5277 + 0,6023 \ln \frac{R_y}{R_x} \quad (2.27)$$

Die elliptische Grundfläche lässt sich nach Harris [HARR07b] abhängig von der Kraft Q durch die Längen a und b beschreiben (siehe Abbildung 24):

$$a = a^* \cdot \left[\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \sum \rho} \cdot \frac{1}{E'} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.28)$$

$$b = b^* \cdot \left[\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \sum \rho} \cdot \frac{1}{E'} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.29)$$

Die Einfederung δ errechnet sich durch folgende Gleichung:

$$\delta = \delta^* \cdot \left[\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \sum \rho} \cdot \frac{1}{E'} \right]^{\frac{2}{3}} \frac{\sum \rho}{2} \quad (2.30)$$

E' bezeichnet das reduzierte Elastizitätsmodul, welches mit Hilfe der Querkontraktionszahlen und der Elastizitätsmodule der Kontaktpartner berechnet wird:

$$E' = \left(\frac{1 - \nu_1}{E_1} + \frac{1 - \nu_2}{E_2} \right)^{-1} \quad (2.31)$$

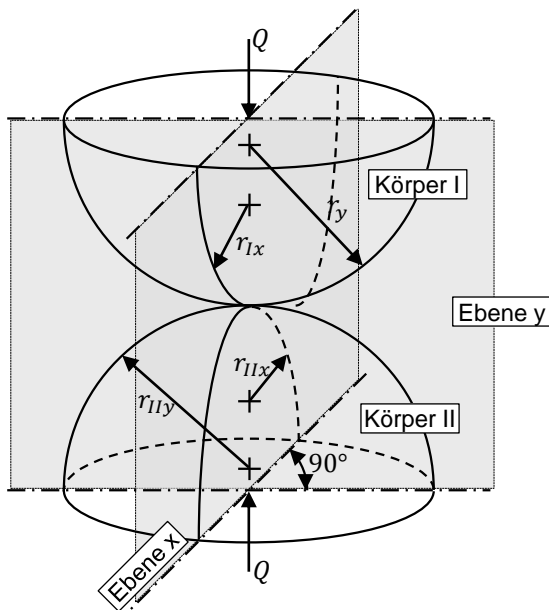


Abbildung 25: Krümmungsradien

Quelle: Falker, Jens: Entwicklung einer Berechnungssoftware für ein neues radiales Loslager zum Einsatz in Hochgeschwindigkeitsanwendungen. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen der RWTH Aachen, Aachen., 2012, S.22.

R_x und R_y beschreiben die effektiven Krümmungsradien im Kontakt (siehe Abbildung 25). Sie berechnen sich aus den Radien der Kontaktpartner in der jeweiligen Ebene. Der Kehrwert der Krümmungsradien wird im Folgenden Ersatzkrümmung ρ_x beziehungsweise ρ_y genannt:

$$\rho_x = \frac{1}{R_x} = \frac{1}{r_{Ix}} + \frac{1}{r_{IIx}} \quad (2.32)$$

$$\rho_y = \frac{1}{R_y} = \frac{1}{r_{Iy}} + \frac{1}{r_{IIy}} \quad (2.33)$$

Die Krümmungssumme $\sum \rho$ ist die Summe der Ersatzkrümmungen:

$$\sum \rho = \rho_x + \rho_y \quad (2.34)$$

Die Hilfsgrößen a^* , b^* und δ^* lassen sich mit den ermittelten der Beiwerten κ , E und F bestimmen [HARR07b]:

$$a^* = \left(\frac{2 \cdot \kappa^2 \cdot E}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.35)$$

$$b^* = \left(\frac{2 \cdot E}{\pi \cdot \kappa} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.36)$$

$$\delta^* = \frac{2 \cdot F}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{2 \cdot \kappa^2 \cdot E} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.37)$$

Für den elliptischen Kontakt ergibt sich im Schnittpunkt der Hauptkrümmungsebenen die maximale Pressung [HARR07b]:

$$\sigma_{\max} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \quad (2.38)$$

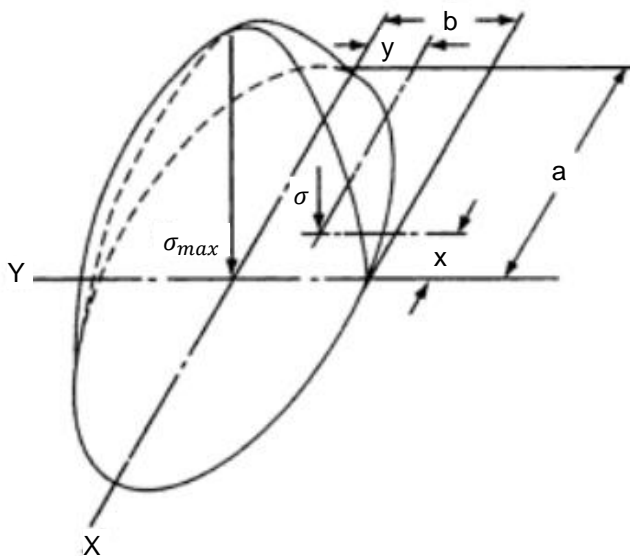


Abbildung 26: X,Y-Werte bei Hertz'schen Pressungen

Quelle: Harris, Tedric A.; Kotzalas, Michael N.: Rolling bearing analysis. Bd.2 Essential Concepts of Bearing Technology 5. Aufl. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007, S.113.

Die Pressungen in anderen Punkten der Druckfläche lassen sich anhand der x, y -Werte aus Abbildung 26 berechnen [HARR07b]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right]} \quad (2.39)$$

2.5.5 Hertz'sche Pressung bei Linienkontakt

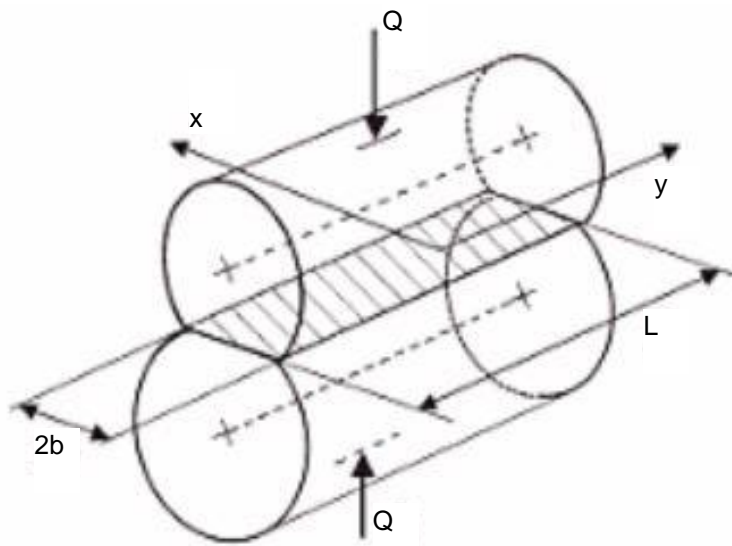


Abbildung 27: Linienberührung zweier zylindrischer Körper

Quelle: Brändlein, Johannes: Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen. 3. Aufl. Mainz: Vereinigte Fachverlage, 1995, S.106.

Beim Kontakt zwischen Wälzkörpern und Laufbahn bei Zylinderrollenlagern bildet sich, wie in Abbildung 27 zu sehen, eine rechteckige beziehungsweise trapezförmige Druckfläche. Man spricht dabei von Linienkontakt. Hertz beschreibt den Linienkontakt bei unendlich langen Kontaktpartnern. Dabei entfällt die zweite Krümmungsebene, und die Krümmungssumme errechnet sich nach der Gleichung:

$$\sum \rho = \rho_y \quad (2.40)$$

Mit der Annahme von zwei gleich langen Kontaktpartnern ergibt sich für die Pressung

$$\sigma_{\max} = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot l \cdot b} \quad (2.41)$$

und für die halbe Kontaktbreite

$$b = \sqrt{\left[\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot l \cdot \sum \rho} \cdot \frac{1}{E'} \right]} \quad (2.42)$$

Die Kontaktlänge l beschreibt die Länge der Kontaktpartner.

Mit Hilfe der Hertz'schen Theorie können lediglich die Kontaktbreite und die maximale Pressung linienförmiger Kontakte bei Berührung unendlich langer Körper berechnet werden. Die Bestimmung der Kraft aus der Verformung ist bei linienförmigen Kontakten nach Hertz nicht möglich [BRÄN95].

Linienkontakt als konzentrierte Kraft

Um eine Beziehung zwischen Kraft und Eindringtiefe herstellen zu können wird eine Last-Verformungs-Beziehung benötigt. Im Folgenden werden einige Last-Verformungsbeziehungen kurz dargestellt werden:

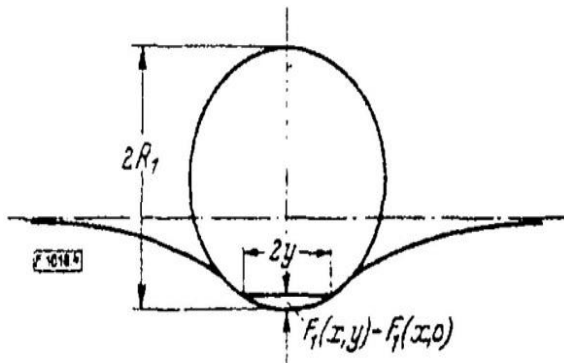


Abbildung 28: Berührfläche zwischen Zylinder und Halbraum

Quelle: Lundberg, G.: Elastische Berührung zweier Halbräume. In: Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 10 (5), S. 201–211. DOI: 10.1007/BF02584950, 1939, S.205.

Lundberg entwickelte eine Last-Verformungsbeziehung mit deren Hilfe sich Kraft und Verformung für die Berührung zylindrischer Körper in Beziehung setzen lassen. Ein zylindrischer Körper mit endlicher Länge wird dabei in eine Ebene, die sich außerhalb des Kontaktes zu einem unendlichen Halbraum verlängert, eingedrückt (siehe Abbildung 28):

$$\delta = \frac{Q}{\pi} \cdot \frac{2}{L} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \cdot \left(1,8864 + \ln \frac{L}{2 \cdot b} \right) \quad (2.43)$$

L beschreibt dabei die Kontaktlänge. Lundberg geht dabei von einer gleichmäßigen Druckbeanspruchung über den Kontakt und einer rechteckigen Druckfläche aus [LUND39].

Dinnik wendet in seinem Modell eine konstante Druckverteilung über die Kontaktlänge an, quer zur Kontaktlänge beschreibt er im Gegensatz zu Lundberg jedoch den Druckverlauf parabelförmig [TEUT05]:

$$\delta_i = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \cdot \left(\ln \frac{2 \cdot R_1}{b} + \frac{1}{3} \right) + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \cdot \left(\ln \frac{2 \cdot R_2}{b} + \frac{1}{3} \right) \right) \quad (2.44)$$

$$\delta_o = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \cdot \left(\ln \frac{2 \cdot R_1}{b} + \frac{1}{3} \right) + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \cdot \left(\ln \frac{t}{b} + \frac{1}{3} \right) \right) \quad (2.45)$$

Ähnlich wie Dinnik, geht Kowalsky bei seiner Last-Verformungsbeziehung ebenfalls von einer konstanten Druckverteilung über die Kontaktlänge, jedoch von einer elliptischen Druckverteilung über die Kontaktbreite, aus [TEUT05]:

$$\delta_i = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \cdot \left(\ln \frac{2 \cdot R_1}{b} + 0,407 \right) + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \cdot \left(\ln \frac{2 \cdot R_2}{b} + 0,407 \right) \right) \quad (2.46)$$

$$\delta_o = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \cdot \left(\ln \frac{2 \cdot R_1}{b} + 0,407 \right) + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \cdot \left(\ln \frac{t}{b} + 0,407 \right) \right) \quad (2.47)$$

Palmgren leitete experimentell eine Beziehung her, die für den Kontakt eines Zylinders mit einer unendlich großen ebenen Platte gültig ist. Näherungsweise ist die Beziehung nach Palmgren auch für Zylinderrollenlager anwendbar [TEUT05]:

$$\delta = 3,84 \cdot 10^{-5} \frac{Q^{0,9}}{L^{0,8}} \quad (2.48)$$

Kunert leitete eine leicht veränderte Last-Verformungs-Beziehung von Palmgren ab. Kunert geht von einem Kontakt zwischen einem ebenen Halbraum und einem zylindrischen Körper aus:

$$\delta = 4,05 \cdot 10^{-5} \frac{Q^{0,925}}{L^{0,85}} \quad (2.49)$$

Tripp betrachtet den Kontakt zwischen zwei elastischen zylindrischen Körpern [TRIP85]:

$$\delta = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \cdot \left(\ln \frac{4 \cdot R_1}{b} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \cdot \left(\ln \frac{4 \cdot R_2}{b} - \frac{1}{2} \right) \right) \quad (2.50)$$

Houpert betrachtet den Kontakt eines Zylinders zwischen zwei Platten und entwickelte folgende Last-Verformungsbeziehungen unter Berücksichtigung des Wälzkreisdurchmessers für den Kontakt am Innenring, sowie unter der Berücksichtigung der Plattendicke t [HOUP01]:

$$Q_i = 0,2723 \cdot E' \cdot L \left(\frac{1}{d_m} \right)^{0,074} \cdot \delta_i^{1,074} \quad (2.51)$$

$$Q_o = 0,2785 \cdot E' \cdot L \left(\frac{1}{t} \right)^{0,078} \cdot \delta_o^{1,078} \quad (2.52)$$

Mit Hilfe der vorgestellten Last-Verformungsbeziehungen ist es möglich die Einfederung in Abhängigkeit von einer zentral angreifenden Kraft zu bestimmen. Stellt man die Gleichungen nach der Kraft um, lässt sich aus einer gegebenen Einfederung die wirkende Kraft abschätzen und daraus mit Hilfe der Formel (2.41) die maximale Pressung im Kontakt bestimmen. Einflüsse durch die Verkipfung oder Profilierung des Wälzkörpers lassen sich so nicht abbilden.

Scheibenmodell ohne Interaktion der Scheiben

Bei verkipptem Wälzkörper entstehen unterschiedliche Eindringtiefen über die Kontaktlänge. Neben dem Einfluss der Verkipfung auf die Eindringtiefe, bei der Bestimmung der Kraft, entstehen durch den verkippten Wälzkörper zusätzliche Momente um seinen Mittelpunkt (siehe Kapitel 2.5.3).

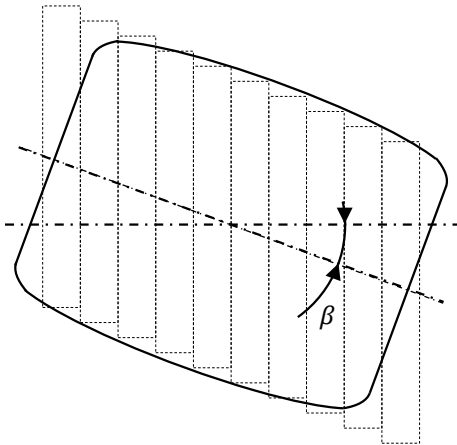


Abbildung 29: Scheibenmodell bei gekipptem Wälzkörper

Quelle: Vgl. Brecher, Christian, Falker, Jens: Floating Roller Ball Lager. Ein neuartiges Loslagerkonzept für Hochgeschwindigkeitsanwendungen. In: Effiziente Produktion. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 2 Fertigungstechnik: VDI-Verlag, Düsseldorf, in Druck.

Unterteilt man den Linienkontakt, wie in Abbildung 29 dargestellt, in eine diskrete Anzahl an Scheiben entlang der Kontaktlänge, ist es möglich die auftretenden Kräfte an den einzelnen Scheiben zu berechnen und die daraus entstehenden Momente zu bestimmen. In der DIN 26281 wird ein einfaches Scheibenmodell zur Abbildung der Kräfte bei profiliertem und verkipptem Wälzkörper bei zylindrischen Laufbahnen beschrieben. Nach DIN 26281 erhält man für die Kraft q_k einer Scheibe [DIN10]:

$$q_k = \frac{35948 L^{\frac{8}{9}}}{n_s} \cdot \delta_k^{\frac{10}{9}} \quad (2.53)$$

Als Grundlage für die Formel der Scheibenkraft q_k dient die Last-Verformungsbeziehung nach Palmgren [DIN10]. Dabei beschreibt δ_k die Einfederung der k -ten Scheibe und n_s die Anzahl der Scheiben in welche der Wälzkörper unterteilt wurde. Für ausreichend genaue Ergebnisse wird eine Scheibenanzahl von mindestens 30 empfohlen [DIN10].

Modelle mit Korrekturfaktoren

Um den Einfluss der Kantenspannungen mit dem Scheibenmodell ohne Quereinfluss zu beschreiben kann die Scheibenkraft mit einem Korrekturfaktor angepasst werden. In der DIN 26281 wird der Korrekturfaktor der Scheibe i $f_i[i]$ mit der jeweiligen Scheibenkraft multipliziert:

$$f_i[i] = f_e[i] = 1 - \left[\frac{0,01}{\ln \left(1,985 \left| \frac{2i - n_s - 1}{2n_s - 2} \right| \right)} \right] \quad (2.54)$$

$$q_{i,korr.} = q_i \cdot f[i] \quad (2.55)$$

Die Berechnung mit Korrekturfaktor gilt jedoch nur für bestimmte Wälzkörperprofile, mittlere Belastung sowie bei einer Verkipfung unter 4 Winkelminuten ($4' = 0,06^\circ$) und ist daher nur eingeschränkt einsetzbar [DIN10]. Zudem bringt der Einsatz des Korrekturfaktors keine wesentlichen Verbesserungen bei der Betrachtung der Kantenspannungen und maximalen Pressungen im Kontakt [TEUT05]:

Scheibenmodell mit Interaktion der Scheiben

Das einfache Scheibenmodell ermöglicht eine Berechnung der Einfederung, Kontaktkraft und Pressung für verkippte Wälzkörper oder Lagerringe. Beim Kontakt zwischen Wälzkörper und Laufbahn kommt es allerdings im Bereich der Wälzkörperkanten zu erhöhten Spannungen (siehe Abbildung 6). Sie bedeuten eine geringere Lebensdauer des Lagers und sind daher von hoher Bedeutung für die Berechnung der maximalen Pressung im Kontakt und der Einschätzung der Lebensdauer des Lagers. Scheibenmodelle ohne Interaktion der Scheiben können diese Spannungsspitzen nicht darstellen [TEUT05].

Teutsch [TEUT05] stellt ein Scheibenmodell (AST) vor, bei dem die Scheiben des Wälzkörpers miteinander interagieren und ist so in der Lage Spannungsspitzen an den Kontaktträgern darzustellen. Um die Interaktion zwischen den Scheiben zu realisieren zu können wird eine Interaktionsmatrix eingesetzt. Diese gewichtet

den Einfluss einer Scheibe auf die Anderen anhand des Kehrwertes des Abstandes der Scheiben zueinander.

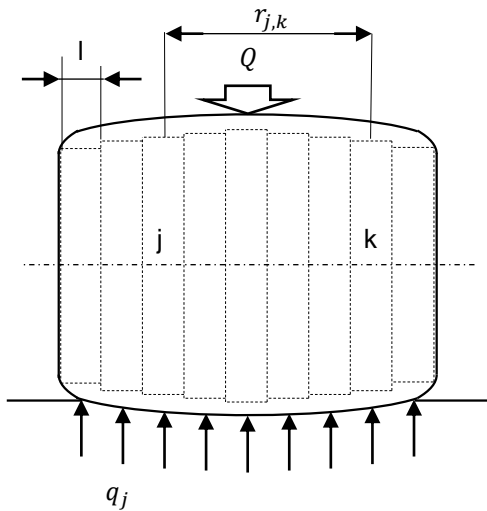


Abbildung 30: Scheibenabstand

Quelle: Teutsch, Roman: Kontaktmodelle und Strategien zur Simulation von Wälzlager und Wälzfürungen. Dissertation. Lehrstuhl für Maschinenelemente und Getriebetechnik der Technischen Universität Kaiserslautern, Kaiserslautern, 2005, S.48.

Der Einfluss der Scheibe j auf die Scheibe k wird durch

$$w_{j,k} = \left(\frac{1}{r_{j,k}} \right)^{k_2} \quad (2.56)$$

bestimmt. Der Einfluss einer Scheibe auf sich selbst ist:

$$w_{j,j} = \left(\frac{4}{l_s} \right)^{k_2} \quad (2.57)$$

Dabei beschreibt l_s die Breite einer Scheibe. Man erhält l_s , indem man die Wälzkörperlänge durch die Anzahl der Scheiben teilt:

$$l_s = \frac{L}{n_s} \quad (2.58)$$

Der Abstand der Scheiben zueinander lässt sich durch

$$r_{j,k} = (k - j) \cdot l_s \quad (2.59)$$

berechnen (siehe Abbildung 30).

Die Parameter k_1, k_2 ergeben sich aus der Umformung der Last-Verformungsbeziehung nach Tripp [TRIP85] unter zur Hilfenahme des Potenzansatzes von Houpert [HOUP01]. Sie lassen sich durch Potenzregression beziehungsweise lineare Regression bestimmen [TEUT05]. Nach Auflösung der Gleichung erhält Teutsch für den Kontakt am Innenring:

$$Q = k_1 \cdot \pi \cdot E' \cdot L \cdot d_m^{(1-k_2)} \cdot \delta^{k_2} \quad (2.60)$$

und für den Kontakt am Außenring

$$Q = k_1 \cdot \pi \cdot E' \cdot L \cdot \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{D}{d_m}\right)} \right]^{(1-k_2)} \cdot \delta^{k_2} \quad (2.61)$$

Das Auflösen der Gleichungen (2.51) und (2.52) nach δ^{k_2} ergibt:

$$\delta_i^{k_2} = \frac{d_m^{(k_2-1)}}{k_1 \cdot \pi \cdot E' \cdot l_s} \cdot q_i \quad (2.62)$$

$$\delta_a^{k_2} = \frac{1}{k_1 \cdot \pi \cdot E' \cdot l_s} \cdot \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{D}{d_m}\right)} \right]^{(k_2-1)} \cdot q_a \quad (2.63)$$

Daraus ergeben sich die Nachgiebigkeiten s_i, s_a einer Scheibe, jeweils für den Innen- und Außenringkontakt betrachtet:

$$s_i = \frac{d_m^{(k_2-1)}}{k_1 \cdot \pi \cdot E' \cdot l_s} \quad (2.64)$$

$$s_a = \frac{1}{k_1 \cdot \pi \cdot E' \cdot l_s} \cdot \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{D}{d_m}\right)} \right]^{(k_2-1)} \quad (2.65)$$

Nun berechnet sich aus Gewichtungsfaktor und der Kraft einer Scheibe die Einfederung:

$$[S_W]_i \cdot q_i = \delta_i \quad (2.66)$$

Der Index i gibt die Nummer der jeweiligen Scheibe an. Die einzelnen Gewichtungen bilden multipliziert mit den Steifigkeiten eine quadratische Matrix

der Größe (n_s, n_s) . Aus der Matrix, dem Quotient aus der Scheibenanzahl und der Summe der Gewichtungen ergibt sich der Gewichtungsfaktor.

$$[S_W] = \frac{n_s}{\sum_{j,k} w_{j,k}} \cdot \begin{bmatrix} S * w_{1,1} & \cdots & S * w_{1,n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S * w_{n_s,1} & \cdots & S * w_{n_s,n_s} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Die bekannten Einfederungen der einzelnen Scheiben sind im Vektor

$$\{\delta\} = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

enthalten. Die unbekannten Scheibenkräfte sind im Vektor

$$\{q\} = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

enthalten und lassen sich durch Lösen des Gleichungssystems

$$[S_W] \cdot \{q\} = \{\delta\} \quad (2.70)$$

ermitteln.

2.6 Vorstellung des Berechnungsprogramms für FRB-Lager

Zur Abbildung des kinematischen Verhaltens des FRB-Lagers wurden Berechnungsmethoden hergeleitet und in einer Software implementiert [BREC14].

Für die Berechnung des Betriebsverhaltens wird ein quasistationärer Zustand angenommen. Die im Lager wirkenden Kräfte und Momente werden dafür in ein Gleichgewicht gesetzt. Dies wird durch die Verschiebung der Wälzkörper und des Innenrings erreicht. Da die Verlagerung des Innenrings und die Position beziehungsweise Verlagerung der Wälzkörper voneinander abhängig sind, können die Positionen, und folglich die Kräfte im Gleichgewicht, nur iterativ bestimmt werden [BREC14].

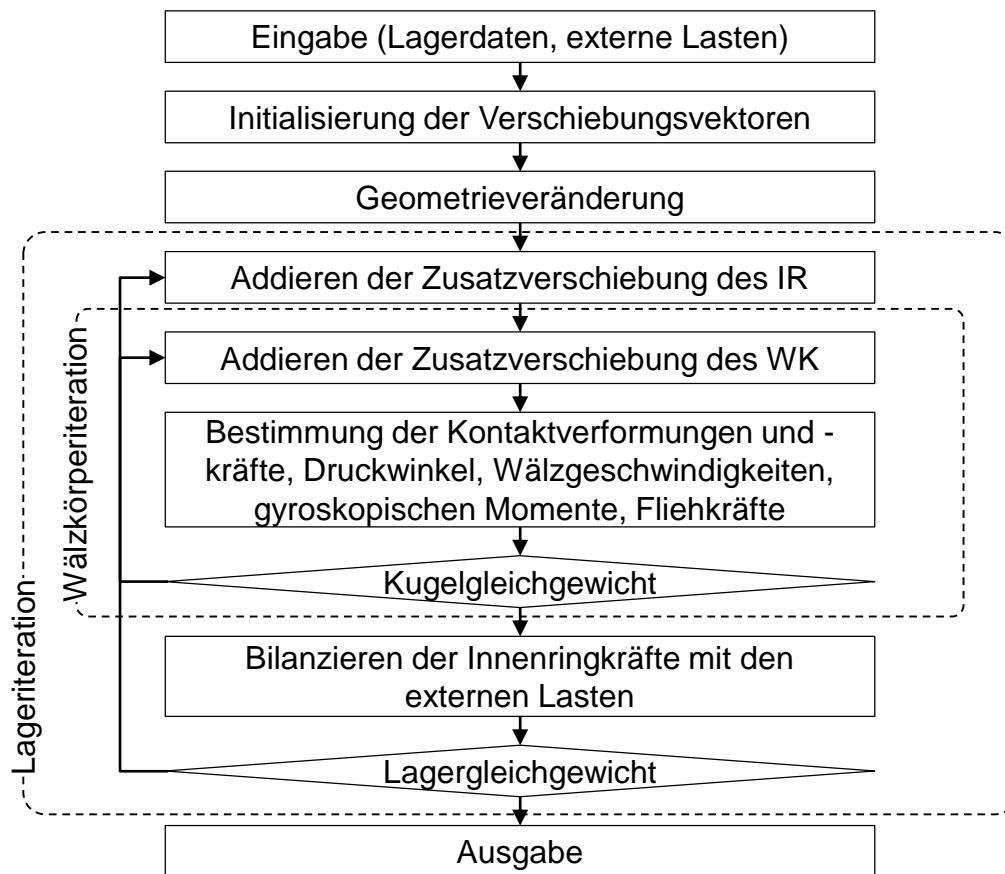


Abbildung 31: Berechnungsalgorithmus des FRB-Lagers

Quelle: Brecher, Christian, Falker, Jens: Floating Roller Ball Lager. Ein neuartiges Loslagerkonzept für Hochgeschwindigkeitsanwendungen. In: Effiziente Produktion. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 2 Fertigungstechnik: VDI-Verlag, Düsseldorf, in Druck.

Der Berechnungsalgorithmus des FRB-Lagers ist in Abbildung 31 dargestellt. Die Daten zur Lagergeometrie und Berechnungsparameter können in der, in Abbildung 32 gezeigten, grafischen Oberfläche eingetragen oder eingeladen werden. Aus diesen Daten wird im ersten Berechnungsschritt die

Geometrieveränderung errechnet. Maßgeblich dafür sind die vorgegebenen Berechnungsparameter für die Betriebstemperatur, den Presssitz des Lagers sowie die sich aus der Drehzahl ergebende Fliehkraft. Die Verschiebung des Innenrings wird in der äußeren Iterationsschleife so lange angepasst bis das gesuchte Kräfte- und Momentengleichgewicht erreicht wird. Das Erreichen des Gleichgewichts wird mit Hilfe einer Abbruchbedingung geprüft und die Iteration beim Erreichen der gewünschten Genauigkeit beendet. Innerhalb dieser äußeren Iterationsschleife für das Lager wird mit jedem Durchlauf das Kräftegleichgewicht aller Wälzkörper in einer inneren Iterationsschleife ermittelt. Die Position der Wälzkörper wird dabei ebenfalls iterativ angepasst. Die Kräfte und resultierenden Momente ergeben sich dabei aus der Geometrie des aktuellen Lageriterationsschrittes und den vorgegebenen Berechnungsparametern. Nach Durchlauf der Iterationsschritte erfolgt die Ausgabe der Berechnungsergebnisse. Neben der Ausgabe in der grafischen Oberfläche besteht die Möglichkeit die Ergebnisse zu exportieren und zu analysieren [BREC14].

The screenshot displays the FRBBearingGUI software interface, which is used for calculating bearing parameters. The interface is divided into several sections:

- Innering:** Includes input fields for inner diameter (89.995 mm), outer diameter (110 mm), and length (30 mm).
- linker Außenring:** Includes input fields for inner diameter (98.95 mm), outer diameter (110 mm), skewness (10 %), and free contact angle (18 °).
- Wälzkörper:** Includes input fields for number of balls (20), radius (6.2 mm), and length (5.8 mm).
- Allgemein:** Includes input fields for ball diameter (90 mm) and axial clearance (0.025 mm).
- Welle:** Includes input fields for inner diameter (0 mm) and outer diameter (70.015 mm).
- Betriebsbedingungen:** Includes input fields for speed (15000 1/min), temperature AR (50 °C), temperature IR (10 K), temperature spindle (40 °C), contact angle IR (0.2 °), contact angle WK (0 °), axial load (0 N), radial load (1500 N), last moment (0 N), and tension (0 N).
- Berechnungsparameter:** Includes checkboxes for 'Erster Wälzkörper im Kraftfluss' and 'Identische Verkipfungswinkel', a dropdown for 'Linienkontakt' (DIN), a dropdown for 'Anstellung' (Pop-up Menu), and checkboxes for 'Aufwertung' and 'Einfedern durch Normalkräfte'.
- Werkstoffdaten:** Includes input fields for density (7800 kg/m³), E-modulus (210000 N/mm²), and Poisson's ratio (0.3).
- Ausgabeoptionen:** Includes checkboxes for 'Diagramme erstellen' and 'Excel-Sheet erstellen', and a button for 'Verzeichnis ändern'.
- Ergebnisse:** Displays calculated values for inner and outer ring diameters, axial clearance, and various forces and moments.
- Buttons:** Includes buttons for 'Lagerdaten speichern', 'Lagerdaten laden', 'Export', and 'Berechnen'.

Below the main input fields, there is a table showing the results of the calculation for different bearing configurations. The table has 11 columns: Psi, F_C, F_N Or1, F_N Or2, F_N Ir, HP Or1, HP Or2, HP Ir, DW Or1, DW Or2, Omega_C, Omega_R, Def_Or1 [mm], Def_Or2 [mm], and D. The table contains 11 rows of data, each representing a different bearing configuration.

Abbildung 32: Grafische Oberfläche des Berechnungsprogramms für FRB-Lager

Quelle: Falker, Jens: Entwicklung einer Berechnungssoftware für ein neues radiales Loslager zum Einsatz in Hochgeschwindigkeitsanwendungen. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen der RWTH Aachen, Aachen, 2012, S.54.

3. Scheibenmodell zur Abbildung des Linienkontaktes

Das in Kapitel 2.6 vorgestellte Berechnungsprogramm für FRB-Lager wird zunächst um die Berechnung für Zylinderrollenlager erweitert. Dazu werden die im Stand der Technik beschriebenen Berechnungsgrundlagen genutzt. Zudem wird das Scheibenmodell zur Berechnung des Linienkontaktes unter Berücksichtigung des Kipp- und Schräkwinkeleinfluss erläutert. Abschließend werden die notwendigen Änderungen und Erweiterungen sowie die Implementierung des Scheibenmodells in das Berechnungsprogramm beschrieben.

3.1 Implementierung der Zylinderrollenlagerberechnung

Um eine Berechnung des Betriebsverhaltens von Zylinderrollenlager zu ermöglichen ist zunächst die Anpassung des GUI (grafische Benutzeroberfläche) an die verschiedenen Lagertypen notwendig. Es wurde die Möglichkeit geschaffen zwischen den Lagertypen FRB und CRB (engl.: cylindrical roller bearing) zu wechseln und die jeweiligen Lagerdaten und Berechnungsparameter anzugeben. Zudem wurde eine grafische Auswertung der Berechnungsergebnisse für eine Analyse der Berechnungsergebnisse hinzugefügt. Der Berechnungsalgorithmus ist an den jeweiligen Lagertyp angepasst. Die Berechnung der Geometrieänderung und der Verschiebung des Innenrings benötigte nur geringe Änderungen. Für die FRB-Lagerberechnung wurden neben dem globalen Bezugskordinatensystem M^G , welches sich auf der Lagerachse in der Ebene des Rillenmittelpunktes des linken Außenring befindet, zwei weitere lokale Koordinatensysteme eingeführt. Das Außenringkoordinatensystem $M_{G,c}^{OR2}$ und das Wälzkörperkoordinatensystem M^R (siehe Abbildung 33).

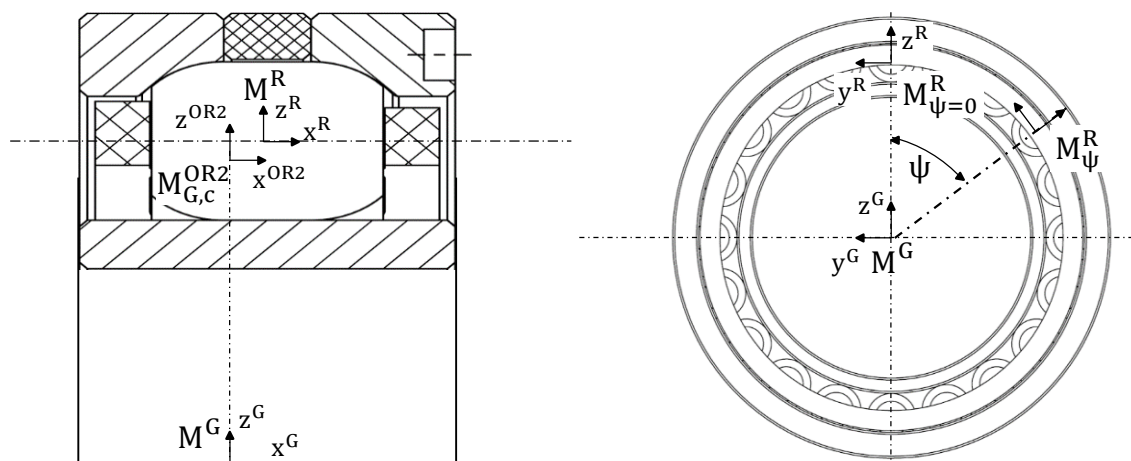


Abbildung 33: Koordinatensysteme bei der FRB-Lagerberechnung

Quelle: Vgl. Brecher, Christian; Bäuml, Stephan; Falker, Jens: Floating Roller Ball Bearings. A new approach for floating bearings in high speed applications. Proceeding of the International Colloquium of Tribology, Stuttgart, 2014.

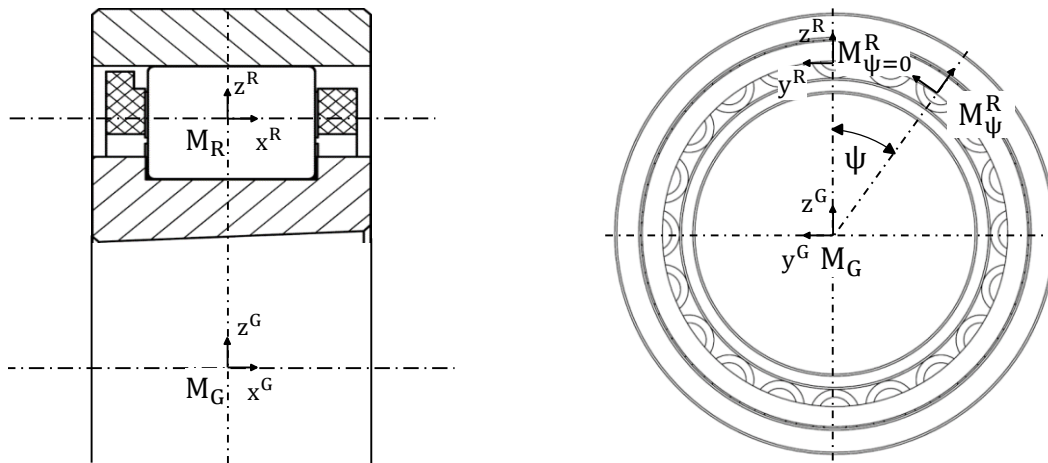


Abbildung 34: Koordinatensystem bei der CRB-Lagerberechnung

In Anlehnung an: Brecher, Christian; Bäuml, Stephan; Falker, Jens: Floating Roller Ball Bearings. A new approach for floating bearings in high speed applications. Proceeding of the International Colloquium of Tribology, Stuttgart, 2014.

Bei der Zylinderrollenlagerberechnung befindet sich das globale Bezugssystem M_G im Lagermittelpunkt. In Abhängigkeit vom Teilungswinkel ψ , dem Kippwinkel und dem Schrägungswinkel lässt sich die Position und Ausrichtung des Wälzkörperkoordinatensystems M_R bestimmen (siehe Abbildung 34).

Für die einzelnen Berechnungen wird eine Fallunterscheidung zwischen den Lagertypen getroffen und so der Algorithmus jeweils mit den Berechnungsgrundlagen für FRB- oder Zylinderrollenlager ausgeführt. Für die Berechnung der Kontakte waren wiederum größere Anpassungen notwendig. Für den Außenringkontakt wird statt der zwei Punktkontakte des FRB-Lagers der Linienkontakt des Zylinderrollenlagers berechnet. Generell wurden zur Berechnung des Linienkontaktes einige der in Kapitel 2.5.5 vorgestellten Last-Verformungsbeziehungen eingeführt. Das Scheibenmodell nach DIN 26281 bleibt unverändert, jedoch lässt sich vor dem Start der Berechnung die Last-Verformungsbeziehung als Berechnungsparameter auswählen, sodass neben der an Palmgren angelehnten Last-Verformungsbeziehung auch andere genutzt werden können. Bei einer Berechnung des Linienkontaktes bei Zylinderrollenlagern wird für den Außenringkontakt und den Innenringkontakt jeweils die gleiche Last-Verformungsbeziehung angewandt. Ausnahmen bilden Last-Verformungsbeziehungen derjenigen Autoren, welche eine unterschiedliche Betrachtung des Außen- und Innenringkontaktes vornehmen. Diese Unterscheidungen wurden ebenfalls übernommen und für den entsprechenden Kontakt angewandt. Zudem wurde noch die Profilierungsfunktion nach DIN 26281 eingeführt, sodass die Möglichkeit besteht zwischen einem zylindrischen und einem profilierten Wälzkörper zu wählen. Die Profilierungsfunktion für Wälzkörper mit einem Verhältnis von Länge zu Durchmesser von weniger als 2,5 lautet [DIN10]:

$$P(x) = 0,00035 \cdot d_{wk} \cdot \ln \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{2 \cdot x_k}{l_{wk}} \right)} \right] \quad (3.1)$$

Die Profilierungsfunktion für Wälzkörper, deren Länge mehr als das 2,5-fache des Wälzkörperdurchmessers, beträgt ist abschnittsweise definiert und ebenfalls der DIN 26281 zu entnehmen.

Bei der Berechnung der Einfederung aus der Lagergeometrie wird nun die Profilierung vom Nennradius des Wälzkörpers abgezogen, um den entsprechenden Wälzkörperradius für die jeweilige Scheibe zu erhalten.

Um den in Kapitel 2.5.5 aufgezeigten Problemen bei der Berechnung des Linienkontaktes entgegen zu wirken wurde zusätzlich zur Berechnungsmethode nach DIN 26281 das in den folgenden Unterkapiteln beschriebene Scheibenmodell zur Berücksichtigung der Kantenspannungen und des Kipp- und Schräkwinkeinflusses implementiert. Das in einer Berechnung genutzte Scheibenmodell lässt sich ebenfalls vor dem Start einer Berechnung wählen. Grundsätzlich lässt sich das Berechnungsprogramm, in Bezug auf die Last-Verformungsbeziehung und die Wälzkörperprofilierung, beliebig erweitern. Die jeweiligen Funktionen müssen lediglich eingepflegt werden. Damit ist das Programm nicht auf die vorgestellten Last-Verformungsbeziehungen oder die vorgestellte Profilierungsfunktion eingeschränkt. Eine eventuelle Laufbahnprofilierung kann bei Bedarf ebenfalls eingeführt werden. Die Berechnung würde ähnlich der Berechnung der Wälzkörperprofilierung ablaufen.

3.2 Scheibenmodell

Das angewandte Scheibenmodell ist an das in Kapitel 2.5.5 vorgestellte alternative Scheibenmodell (AST) von Teutsch angelehnt. und wird als erweitertes alternatives Scheibenmodell (EAST) bezeichnet. Ausgehend von der Einfederung der einzelnen Scheiben wird unter Zuhilfenahme einer Interaktionsmatrix die Kraft einer einzelnen Scheibe bestimmt. Anders als beim AST nach Teutsch ist die Nachgiebigkeit einer Scheibe nicht in der Interaktionsmatrix enthalten, sondern wird aus dieser gekürzt und getrennt berechnet. Aus (2.67) wird somit die Gewichtungs- oder Interaktionsmatrix $[w]$.

$$[w] = \frac{n_{eff}}{\sum_{j,k} w_{j,k}} \cdot \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_s,1} & \cdots & w_{n_s,n_s} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Aus (2.70) ergibt sich durch diese Änderung:

$$[w] \cdot s \cdot \{q\} = \{\delta\} \quad (3.3)$$

Der Einfluss der Scheiben aufeinander wird dabei durch die Formeln (2.56) sowie (2.57), jedoch ohne die Parameter k_1, k_2 , bestimmt. Der Kehrwert des Abstandes $r_{j,k}$ der Scheiben zueinander ist nach (2.56) der Einfluss der Scheiben aufeinander:

$$w_{j,k} = \left(\frac{1}{r_{j,k}} \right) \quad (3.4)$$

Der Einfluss einer Scheibe auf sich selbst wird nach (2.57) zu:

$$w_{j,j} = \left(\frac{4}{l_s} \right) \quad (3.5)$$

Die Berechnung der Scheibenbreite und die Berechnung des Abstandes der Scheiben zueinander werden unverändert nach (2.58) sowie (2.59) durchgeführt.

Die Anzahl der Scheiben n_s wird an den Kontakt angepasst. Das heißt nur diejenigen Scheiben, die sich im Kontakt befinden, beziehungsweise bei denen rechnerisch eine Einfederung vorliegt, werden bei der Berechnung berücksichtigt. Es ergibt sich die angepasste Scheibenanzahl n_{eff} (siehe Abbildung 35).

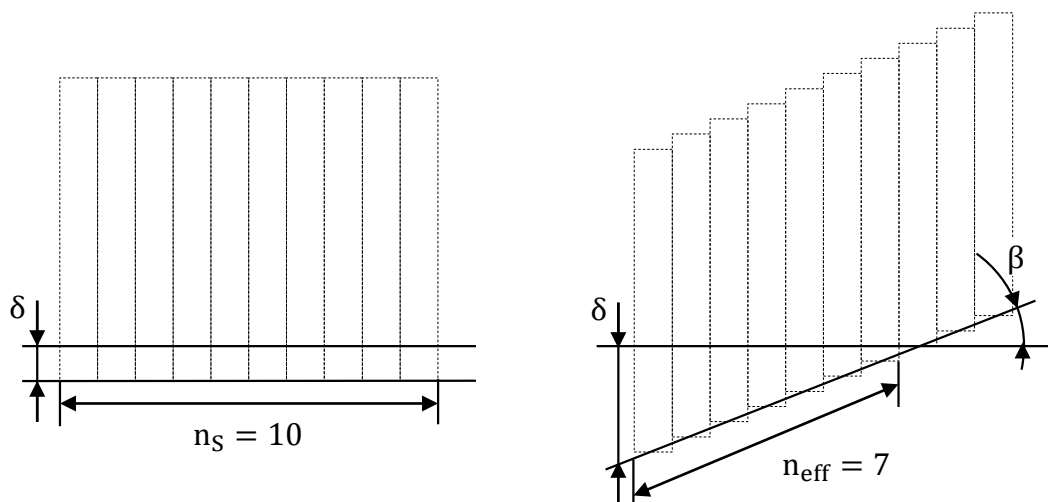


Abbildung 35: Angepasste Scheibenanzahl

Durch die angepasste Scheibenanzahl soll eine Beeinflussung der Berechnung durch Scheiben, welche sich nicht im Kontakt befinden, vermieden werden beziehungsweise statt der Wälzkörperlänge L die effektive, sich im Kontakt befindliche, Wälzkörperlänge oder Kontaktlänge l_{eff} betrachtet werden.

Die Nachgiebigkeit s der Scheiben ergibt sich aus der gewählten Last-Verformungsbeziehung. Diese wird umgestellt, sodass sich die Kraft ohne Exponent ergibt und in Formel (3.3) eingefügt werden kann. Am Beispiel der Beziehung nach Palmgren ergibt sich aus (2.48):

$$\delta^{0,9} = \left(\frac{3,84 \cdot 10^{-5}}{L^{0,8}} \right)^{\frac{1}{0,9}} \cdot Q \quad (3.6)$$

Für die Berechnung der Nachgiebigkeit der einzelnen Scheiben muss die Kontaktlänge durch die Scheibenbreite ersetzt werden. Bei einigen Last-Verformungsbeziehungen geht die Kontaktlänge unter Einfluss eines Exponenten in die Berechnung ein. Um einen Einfluss der Scheibenanzahl auf die Berechnung durch diesen Exponenten zu verhindern wird die angepasste Scheibenanzahl nachträglich und ohne Exponent eingesetzt. Dazu wird die Scheibenbreite nicht nach Formel (2.58) direkt als Quotient aus Kontaktlänge und Scheibenanzahl eingesetzt, sondern die Kontaktbreite und die Scheibenanzahl einzeln eingesetzt.

$$s = n_{\text{eff}} \cdot \left(\frac{3,84 \cdot 10^{-5}}{l_{\text{eff}}^{0,8}} \right)^{\frac{1}{0,9}} \quad (3.7)$$

Da die Kontaktkräfte für den Außen- und Innenring getrennt berechnet werden, wird die berechnete Kraft halbiert, wenn die Last-Verformungsbeziehung nicht bereits eine getrennte Betrachtung des Innen- und Außenringkontaktes beinhaltet oder einen zylindrischen Körper zwischen zwei Ebenen betrachtet. So ergibt sich der Vektor der Scheibenkräfte $\{q\}$ aus der gewählten Last-Verformungsbeziehung nach Palmgren, der Gewichtungsmatrix $[w]$ und dem Vektor der Einfederungen der Scheiben $\{\delta\}$.

$$\frac{n_{\text{eff}}}{\sum_{j,k} w_{j,k}} \cdot \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_s,1} & \cdots & w_{n_s,n_s} \end{bmatrix} \cdot n_{\text{eff}} \cdot \left(\frac{3,84 \cdot 10^{-5}}{l_{\text{eff}}^{0,8}} \right)^{\frac{1}{0,9}} \cdot \frac{\{q\}}{2} = \{\delta\}^{\frac{1}{0,9}} \quad (3.8)$$

Wird die Last-Verformungsbeziehung nach Houpert angewendet, ergibt sich

$$\frac{n_{\text{eff}}}{\sum_{j,k} w_{j,k}} \cdot \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_s,1} & \cdots & w_{n_s,n_s} \end{bmatrix} \cdot \frac{n_s}{0,2723 \cdot E' \cdot l_{\text{eff}} \cdot \left(\frac{1}{d_m} \right)^{0,074}} \cdot \{q\} = \{\delta\}^{1,074} \quad (3.9)$$

für den Kontakt am Innenring und

$$\frac{n_{\text{eff}}}{\sum_{j,k} w_{j,k}} \cdot \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,n_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n_s,1} & \cdots & w_{n_s,n_s} \end{bmatrix} \cdot \frac{n_s}{0,2785 \cdot E' \cdot l_{\text{eff}} \left(\frac{1}{t}\right)^{0,078}} \cdot \{q\} = \{\delta\}^{1,078} \quad (3.10)$$

für den Kontakt am Außenring. Die Berechnung kann so mit verschiedenen Last-Verformungsbeziehungen ausgeführt werden. Lediglich der Term für die Nachgiebigkeit s einer Scheibe muss jeweils angepasst werden. Wie im Beispiel ist es notwendig, dafür die Last-Verformungsbeziehung umzuformen. Des Weiteren ist darauf zu achten, ob durch die vorgenommen Umformungen ein Einfluss durch die Scheibenanzahl auf die Berechnung entsteht. Gegebenenfalls lässt sich dieser Einfluss, wie in Formel (3.7), durch die einzelne Verwendung der Scheibenanzahl und der Kontaktlänge verhindern. Die Kontaktbreite sowie die Kontaktpressung lassen sich, als Funktion der Kraft, mit den Formeln (2.41) und (2.42) bestimmen. Bei der Nutzung des modifizierten Scheibenmodells und des Scheibenmodells nach DIN 26281 wird die in der Formel (3.17) beziehungsweise (3.18) vorgestellte Ermittlung der Einfederung genutzt. Abbildung 36 zeigt die Einfederung eines nicht verkippten, rein zylindrischen und nicht geschränkten Wälzkörpers. Für die Einfederung der Wälzkörpermitte wurde ein Wert von $3 \mu\text{m}$ gewählt. Da außer der gewählten Einfederung keine Einflüsse, wie zum Beispiel eine Profilierung oder ein Kippwinkel ungleich null, gewählt wurden, ergibt sich ein linearer Verlauf der Einfederung über die Wälzkörperlänge. Der zugehörige errechnete Verlauf der Pressung über die Wälzkörperlänge ist in Abbildung 37 dargestellt. Für beide Modelle wurde die Last-Verformungsbeziehung nach DIN gewählt. Die erwartete Spannungserhöhung an den Wälzkörperenden ist aufgrund der Interaktion der Scheiben beim EAST deutlich zu erkennen.

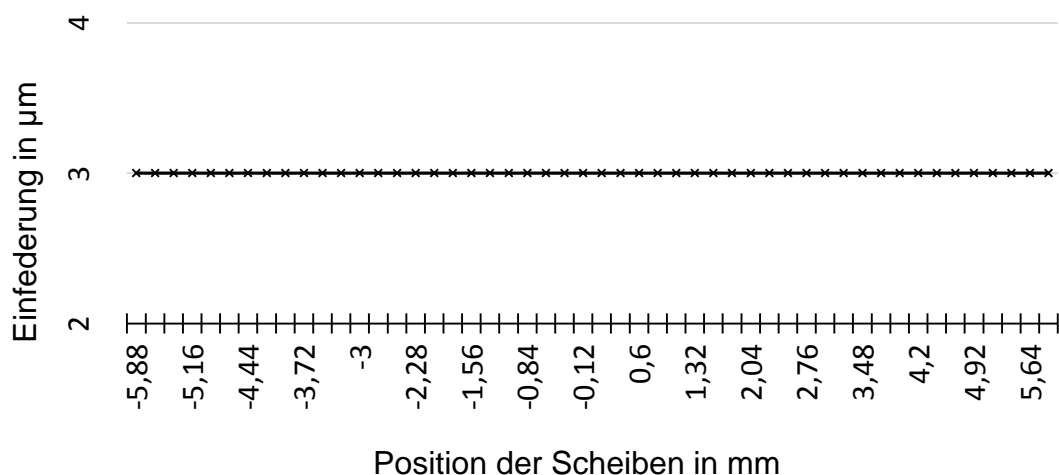


Abbildung 36: Einfederung des Wälzkörpers

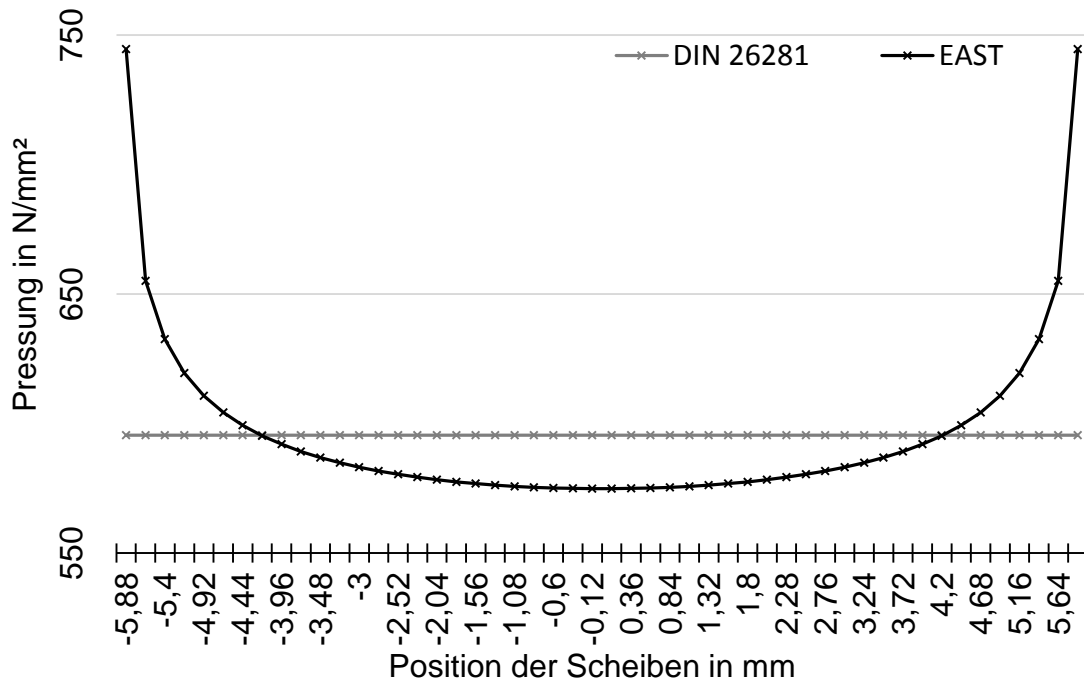


Abbildung 37: Pressungen nach DIN und AST

3.3 Kipp- und Schrägwinkeleinfluss

Mit dem beschriebenen Scheibenmodell kann die Profilierung des Wälzkörpers, der Kippwinkel und der Schrägwinkel betrachtet werden. Bei der Ermittlung der Einfederung wird daher neben der Profilierungsfunktion (siehe Kapitel 3.1), die Position und Lage des Wälzkörpers berücksichtigt. Der Einfluss des Kippwinkels β und der Profilierung $P(x)$ auf die Einfederung ist in Abbildung 38 dargestellt. Die Werte für $P(x)$ und δ_β müssen zur Einfederung δ am Wälzkörpermittelpunkt addiert beziehungsweise subtrahiert werden, um die Einfederung an der jeweiligen Scheibe zu erhalten.

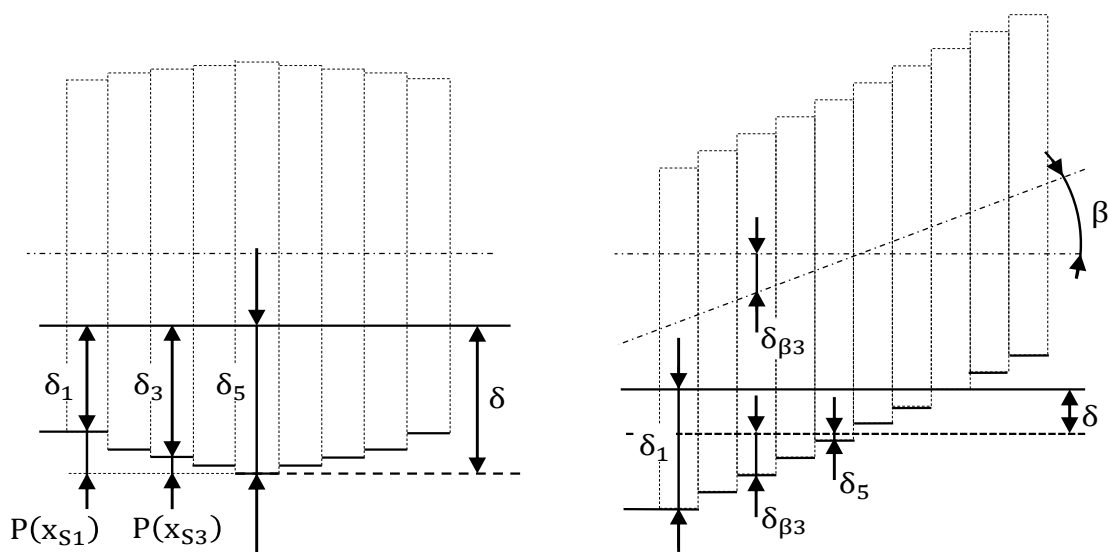


Abbildung 38: Einfluss der Profilierung und der Verkipfung auf die Einfederung

Die Position des Mittelpunktes einer Scheibe x_S in Richtung der Wälzkörperachse wird durch

$$x_S = -\frac{1}{2}l_R + \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot l_S \quad (3.11)$$

berechnet. Die durch den Kippwinkel bedingte Abweichung der Einfederung δ_β lässt sich jetzt für jede Scheibe mit

$$\delta_\beta = x_S \cdot \sin \beta \quad (3.12)$$

bestimmen. Abbildung 39 und Abbildung 40 zeigen beispielhaft den Einfluss der Verkippung auf die Einfederung und den Verlauf der Pressung entlang des Wälzkörpers. Der Kippwinkel beträgt $-0,01^\circ$ (in Uhrzeigerrichtung). Wie bei den zuvor gezeigten Ergebnissen wurde die Last-Verformungsbeziehung nach DIN gewählt. Der Verlauf der Einfederung ist aufgrund des zylindrischen Wälzkörpers linear, jedoch um den gewählten Kippwinkel von $-0,01^\circ$ um den Wälzkörpermittelpunkt gekippt. Der gleiche Effekt tritt beim Verlauf der Pressung ebenfalls auf. Für das Modell nach DIN ergibt sich ein gekippter und linearer Verlauf der Pressung und für das EAST ein gekippter Verlauf mit erhöhten Pressungen an den Kanten.

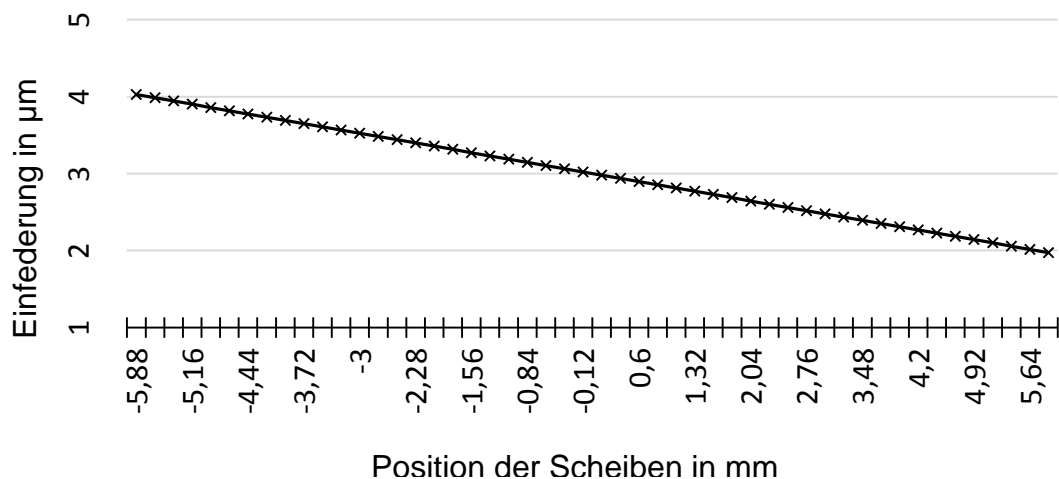


Abbildung 39: Einfederung bei verkipptem Wälzkörper

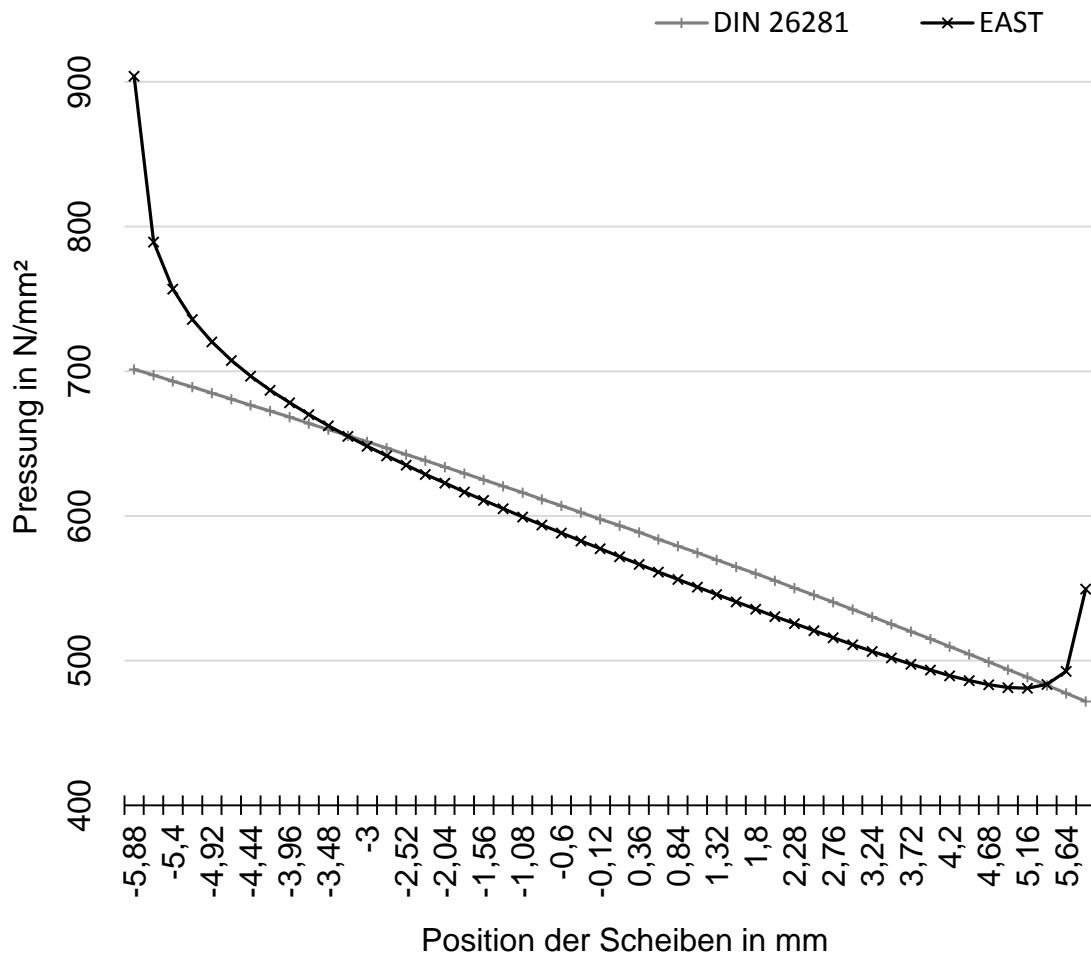


Abbildung 40: Pressung nach DIN 26281 und AST bei verkipptem Wälzkörper

Bei einem profilierten und verkippten Wälzkörper ergibt sich für die Einfederung einer Scheibe am Innenring

$$\delta_s = \delta - \delta_\beta - P(x) \quad (3.13)$$

beziehungsweise

$$\delta_s = \delta + \delta_\beta - P(x) \quad (3.14)$$

für die Einfederung am Außenring. Dabei muss x_s , δ_β und $P(x)$ für jede Scheibe bestimmt werden, sodass für jede Scheibe das entsprechende δ_s berechnet werden kann. Einfederung und Pressungen für den profilierten Wälzkörper sind in den Abbildungen 41 und 42 dargestellt. Die Einfederung in der Wälzkörpermitte wurde auf 3 μm gesetzt, zudem wurde die Last-Verformungsbeziehung nach DIN gewählt. Die Einfederung an den Wälzkörperkanten ist, aufgrund der Profilierung des Wälzkörpers, niedriger als in der Wälzkörpermitte. Daher treten keine erhöhten Pressungen an den Wälzkörperkanten auf. Ein mögliches Schränken des Wälzkörpers wurde in den Formeln (3.12) bis (3.14) nicht berücksichtigt.

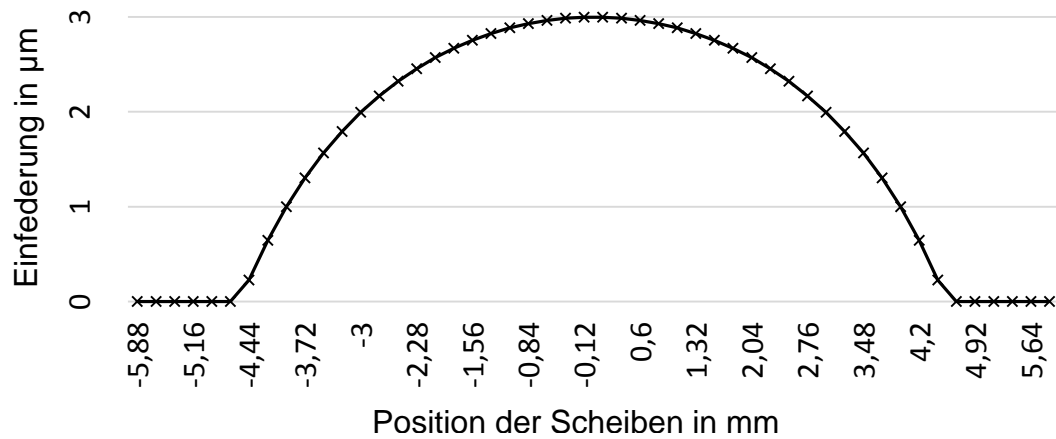


Abbildung 41: Einfederung bei profiliertem Wälzkörper

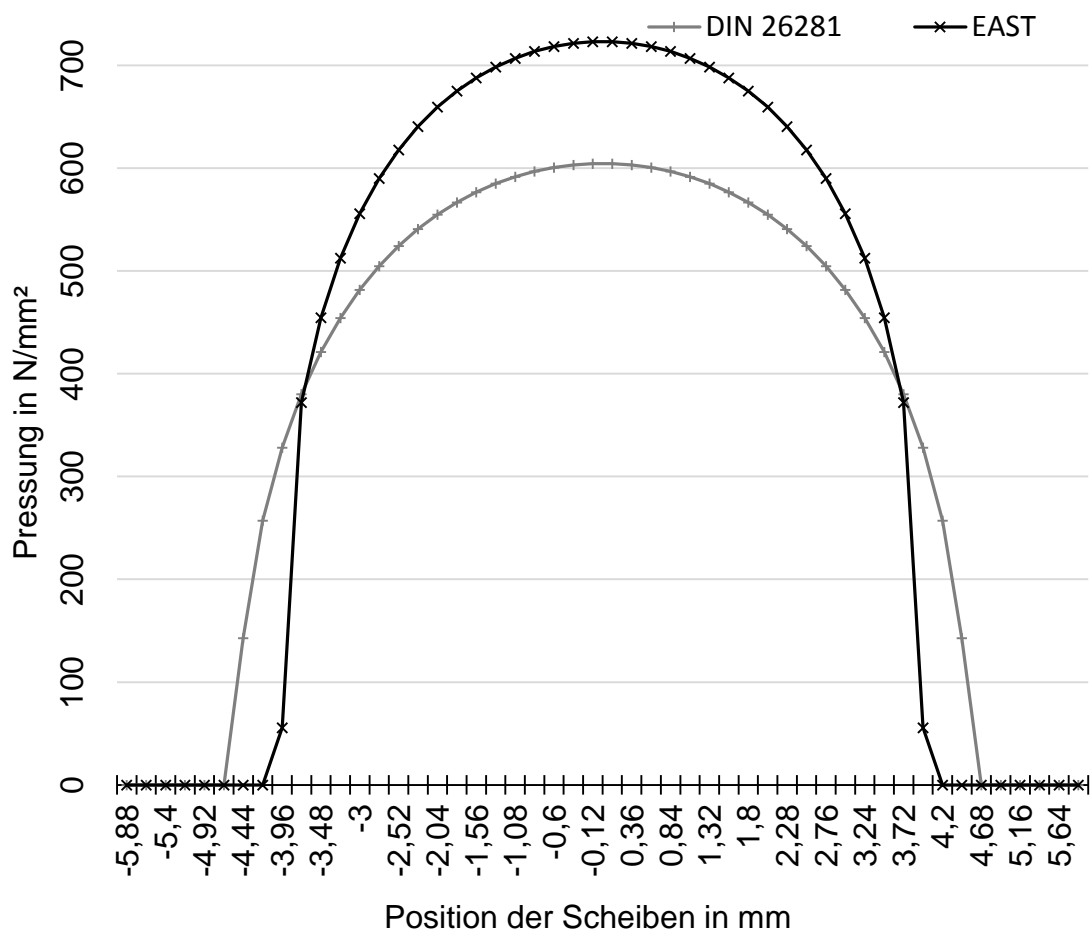


Abbildung 42: Pressungen nach DIN und EAST bei profiliertem Wälzkörper

Der Einfluss des Schränkswinkels ist in Abbildung 43 zu erkennen. In der Abbildung sind die Verhältnisse zur Verdeutlichung des Effektes übertrieben dargestellt. Kommt es zum Schränken des Wälzkörpers, so wird die Eindringtiefe durch die Laufbahnkrümmung der Lagerringe beeinflusst. Rechnerisch steigt die Eindringtiefe bei geschränktem Wälzkörper zu den Wälzkörperenden hin am Außenring, während sie am Innenring abfällt.

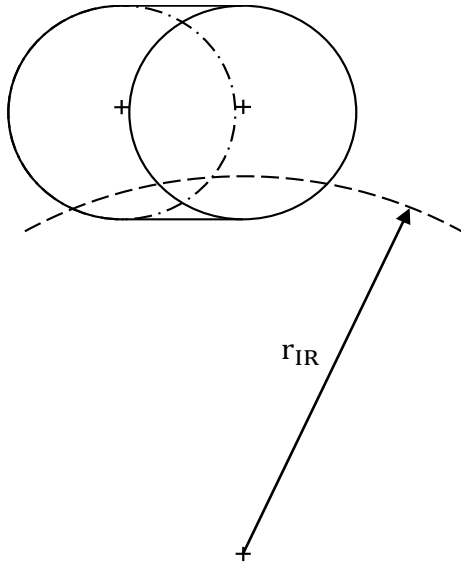


Abbildung 43: Einfluss des Schränkswinkels

Um die Abweichung der Einfederung $\delta_{\beta'}$ in Abhängigkeit des Schränkswinkels bestimmen zu können, muss zunächst die Verschiebung der Position des jeweiligen Scheibenmittelpunktes in Wälzrichtung des Wälzkörpers Δ_Y bestimmt werden (siehe Abbildung 44):

$$\Delta_Y = x_S \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta' \quad (3.15)$$

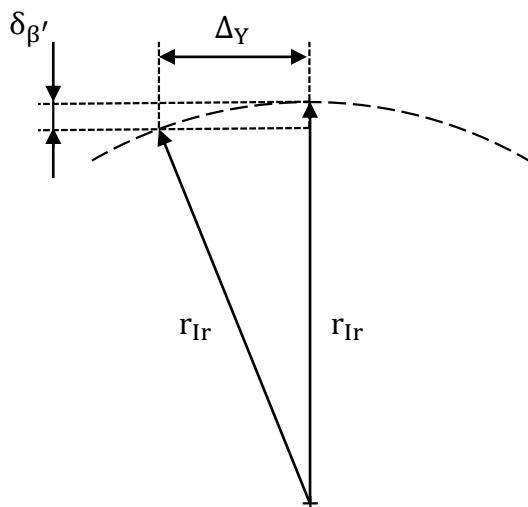


Abbildung 44: Berechnung von $\delta_{\beta'}$

Aus dieser Position ergibt sich unter Berücksichtigung der Krümmung der Lagerringe:

$$\delta_{\beta'} = r_{Ir} - \sqrt{r_{Ir}^2 - \Delta_Y^2} \quad (3.16)$$

Die Einfederung lässt sich nun am Innenring durch

$$\delta_S = \delta - \delta_{\beta} - \delta_{\beta'} - P(x) \quad (3.17)$$

berechnen. Am Außenring ergibt sich:

$$\delta_S = \delta + \delta_{\beta} + \delta_{\beta'} - P(x) \quad (3.18)$$

Die unterschiedliche Auswirkung des Schräkwinkels auf den Innen- und Außenring lässt sich auch Anhand des Vorzeichens von $\delta_{\beta'}$ bei der Berechnung von δ_S erkennen.

Abbildung 45 zeigt den Effekt des Schräkwinkels für den Innen- und Außenring. Dazu wurde ein sehr großer Schräkwinkel von 5° gewählt um eine deutliche Darstellung zu erreichen.

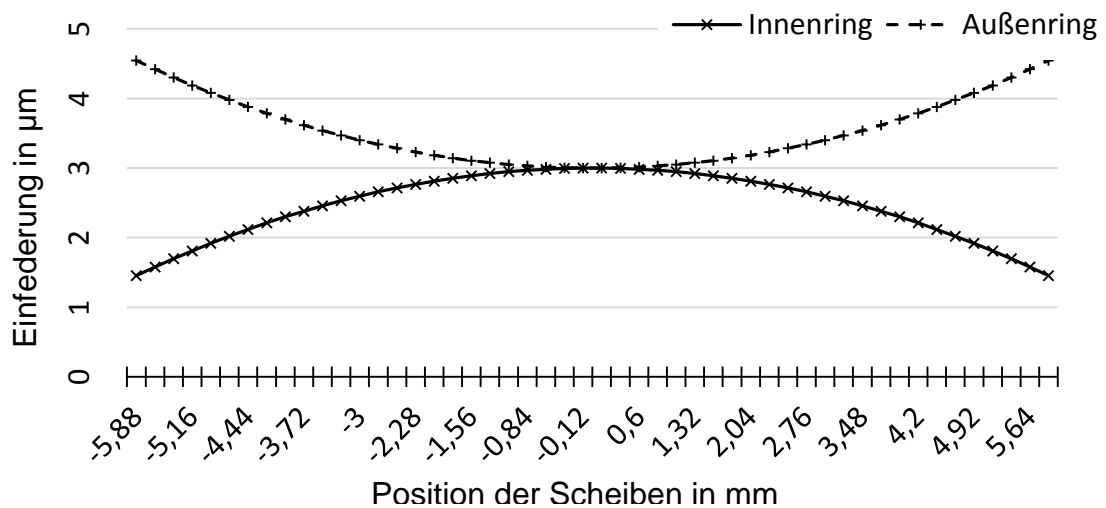


Abbildung 45: Einfederung bei geschränktem Wälzkörper am Innen- und Außenring

In Abbildung 46 ist der Verlauf der Pressung über die Wälzkörperlänge abgebildet. Durch die sinkenden Einfederungen von der Wälzkörpermitte zu den Wälzkörperkanten hin ergibt sich am Außenring ein ähnlicher Verlauf der Pressung wie bei einem profilierten Wälzkörper, da keine erhöhten Pressungen an den Wälzkörperkanten auftreten. Am Außenring steigt Pressung an den Wälzkörperkanten stark an, da die höheren Einfederungen an den Wälzkörperkanten den Effekt der hohen Kantenspannungen verstärken.

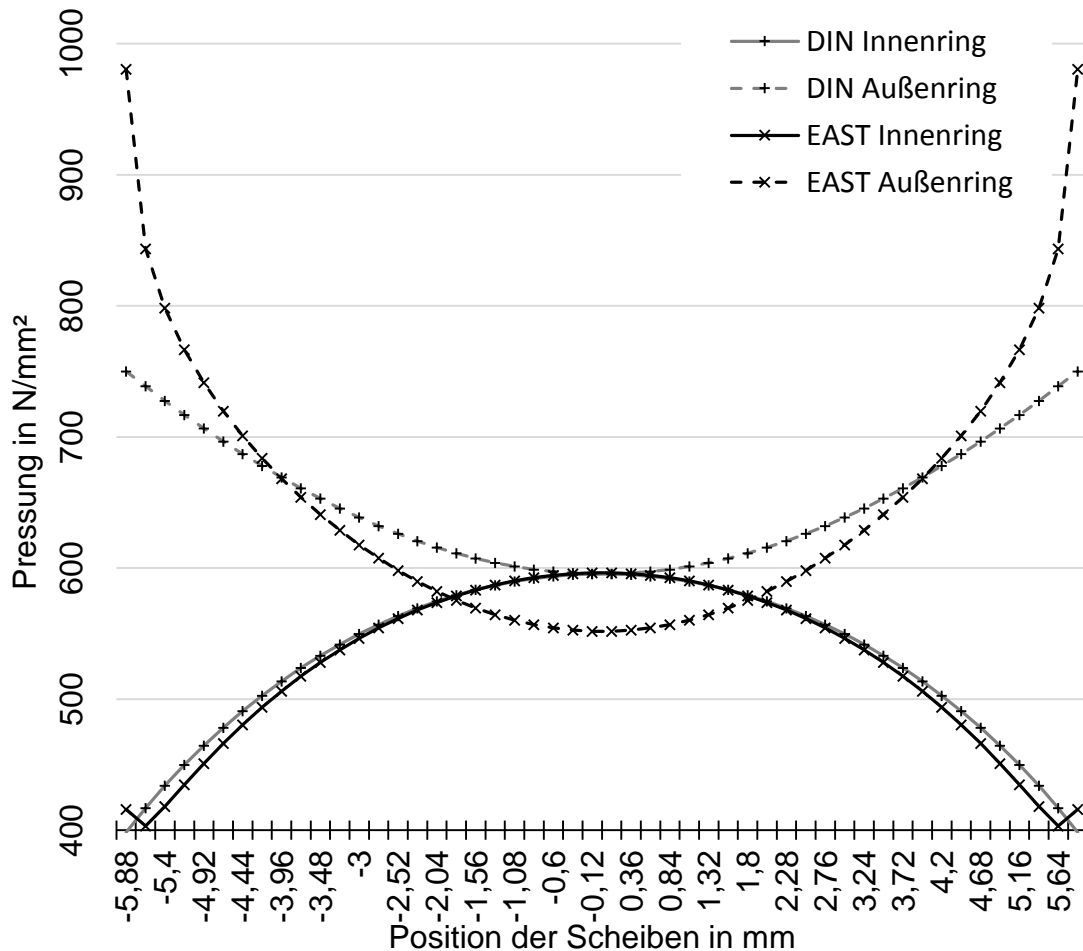


Abbildung 46: Pressung bei geschränktem Wälzkörper am Innen- und Außenring

Neben dem Einfluss des Kippens und Schränkens auf die Einfederung und somit auf die entstehenden Kräfte und Pressungen im Kontakt, sind vor allem die auftretenden Momente wichtige Größen bei der Berechnung des Betriebsverhaltens eines Lagers.

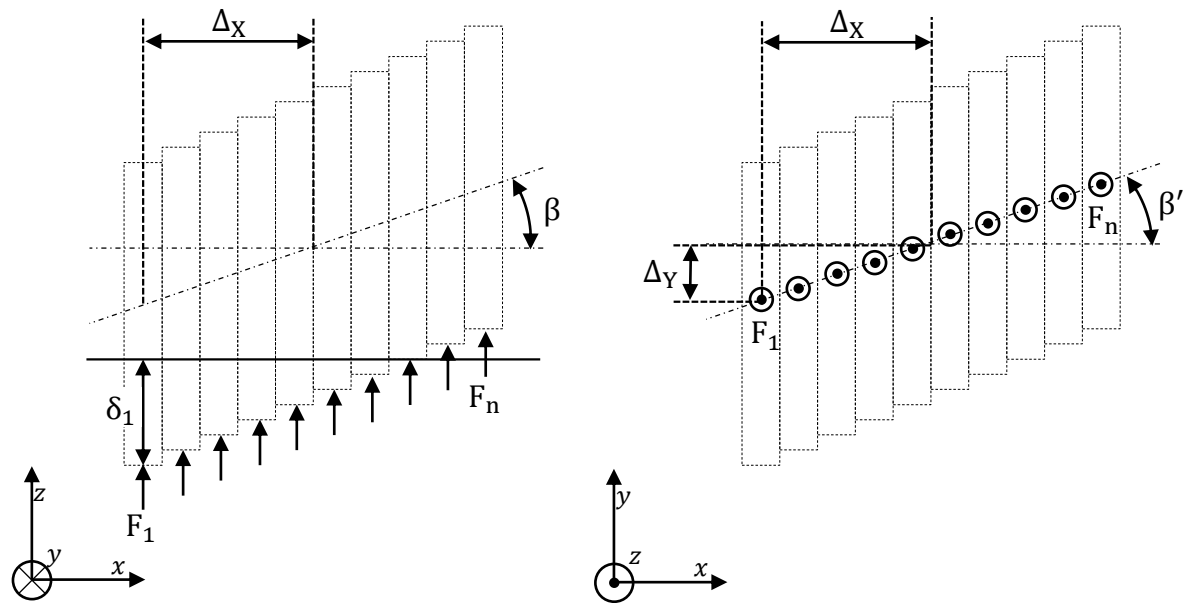


Abbildung 47: Hebelarme bei Innenringkontakt

Durch die Schrägstellung des Wälzkörpers entstehen Momente (siehe Kapitel 2.5.3). Um diese Momente bestimmen zu können ist es nötig die zugehörigen Hebelarme zu bestimmen. Die Hebelarme Δ_X in Richtung der Wälzkörperachse entsprechen der Position des Mittelpunktes einer Scheibe x_S unter Berücksichtigung der Kippwinkels (siehe Abbildung 47):

$$\Delta_X = x_S \cdot \cos \beta \quad (3.19)$$

Die Hebelarme in Laufrichtung der Wälzkörper Δ_Y erhält man durch:

$$\Delta_Y = \Delta_X \cdot \sin \beta' \quad (3.20)$$

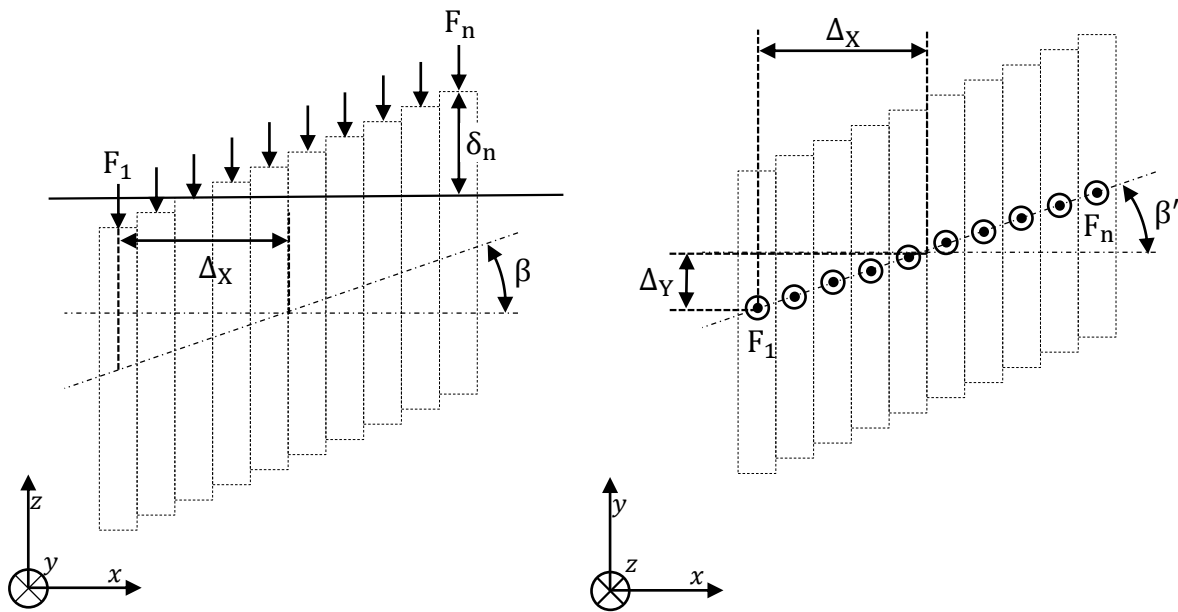


Abbildung 48: Hebelarme bei Außenringkontakt

Die Berechnung der Hebelarme für Innen- und Außenringkontakt unterscheiden sich nicht (siehe Abbildung 48).

Kommt es gleichzeitig zu einem Kippen und Schränken des Wälzkörpers lassen sich die Hebelarme unter Berücksichtigung beider Winkel berechnen:

$$\Delta_X = x_S \cdot \cos \beta \cdot \cos \beta' \quad (3.21)$$

$$\Delta_Y = x_S \cdot \sin \beta' \cdot \cos \beta \quad (3.22)$$

Aus den Hebelarmen und den Scheibenkräften bestimmen sich nun die Momente um den Wälzkörpermittelpunkt an der k-ten Scheibe durch:

$$M_{Y_S} = q_k \cdot \Delta_{X_k} \quad (3.23)$$

und

$$M_{Z_S} = q_k \cdot \Delta_{Y_k} \quad (3.24)$$

Die Summe der Momente ergibt sich aus den Kräften und Hebelarmen aller Scheiben im Kontakt:

$$M_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^n (q_k \cdot \Delta_{X_k} + q_k \cdot \Delta_{Y_k}) \quad (3.25)$$

Durch die vorgenommenen Anpassungen des AST ist es nun möglich mit dem EAST verschiedene Last-Verformungsbeziehungen zu nutzen und zu vergleichen. Außerdem ist die Berechnung unterschiedlicher

Wälzkörperprofilierungen möglich. Neben der Beeinflussung durch den Kipp- als auch den Schräkwinkel wird nicht nur die Veränderung der Einfederung beachtet, sondern durch die Berechnung der Hebelarme und Momente im Kontakt auch die Verlagerung des Wälzkörpers und der Einfluss auf das Kräfte- und Momentengleichgewicht. Einschränkend ist zu beachten, dass die Scheibenkräfte weiterhin grundsätzlich als senkrecht angenommen werden. Das heißt, unabhängig von Lage und Form oder Krümmung der beiden Kontaktpartner werden die Kräfte lediglich in Z-Richtung des Wälzkörperkoordinatensystems berechnet (siehe Abbildung 47 und 48).

3.4 Implementierung des Scheibenmodells in Berechnungsprogramm

Um das vorgestellte Scheibenmodell in die Berechnungssoftware zu integrieren war es nötig die in Kapitel 3.1 beschriebenen Unterschiede bei der FRB- und CRB-Berechnung zu beachten. Des Weiteren ist neben der Einführung einer Linienkontaktberechnung am Außenring eine komplette Überarbeitung der Kontaktberechnung notwendig.

Der Ablauf der Kontaktberechnung ist in Abbildung 49 dargestellt. Zur Berechnung der Einfederung für den Kontakt am Innenring werden zunächst die Positionen der Scheiben in Richtung der Wälzkörperachse nach Formel (3.11) des Wälzkörperkoordinatensystems M_R (siehe Kapitel 3.1) bestimmt. Anschließend werden diese Positionen in Abhängigkeit des Kipp- und Schräkwinkels des Wälzkörpers in das globale Koordinatensystem übertragen. Die Positionen der Scheiben müssen dann in Relation zur Position des Innenrings in Abhängigkeit des Teilungs-, Kipp- und Schräkwinkels des Innenrings gebracht werden. Aus der Geometrie von Lagerring und Wälzkörper sowie den berechneten Positionen ergibt sich die Einfederung gemäß der Formeln (3.11) bis (3.18). Die Berechnung der Einfederung für den Kontakt am Außenring unterscheidet sich zunächst durch die Wahl des Lagertyps, da sich der Punktkontakt des FRB und der Linienkontakt des Zylinderrollenlagers am Außenring grundsätzlich unterscheiden. Für das Zylinderrollenlager läuft die Berechnung der Einfederung wie die Berechnung beim Kontakt am Innenring ab. Da der Außenring in seiner Position und Lage als fest angenommen wird entfällt hier jedoch der Einfluss von Teilungs-, Kipp- und Schräkwinkel des Lagerrings. An dieser Stelle wirken sich der Kippwinkel, der Schräkwinkel, die Wälzkörperprofilierung sowie die Position des Wälzkörpers zum Innenring beziehungsweise zum Außenring auf die Einfederung δ der einzelnen Scheiben aus.

Vor dem Einsetzen der Einfederung in die Formel zur Berechnung der Scheibenkraft, wird die Interaktionsmatrix nach Formel (3.2) erstellt. Die Einflüsse der Scheiben aufeinander werden, wie in (3.4) und (3.5) beschrieben, bestimmt und in die Matrix eingefügt.

Nachdem die Einfederung der Scheiben berechnet sowie die Interaktionsmatrix erstellt worden ist, werden die Scheibenkräfte bestimmt. Der Algorithmus löst dazu das nach (3.3) aufgestellte Gleichungssystem. Zur Bestimmung der effektiven Scheibenanzahl n_s , zählt der Algorithmus alle Scheiben mit einer Einfederung größer Null, sodass keine negativen Einfederungen in die Berechnung einfließen, zusammen. Das Gleichungssystem wird aufgestellt, indem die für die jeweilige Berechnung gewählte Last-Verformungsbeziehung genutzt beziehungsweise die sich daraus ergebende Nachgiebigkeit der Scheiben s (siehe Kapitel 3.2) eingesetzt wird. Aufgrund des Ablaufs des Berechnungsprogramms können keine Last-Verformungsbeziehungen, welche die Breite b zur Bestimmung der Kraft benötigen, genutzt werden. Die Breite b wird, nachdem das Gleichungssystem gelöst und die Scheibenkräfte bestimmt wurden, in Abhängigkeit der Kraft nach (2.42) bestimmt. Auf die Gleiche Weise wird auch die Pressung nach (2.41) in Abhängigkeit der Scheibenkräfte bestimmt.

Aus den Scheibenkräften und den Positionen der Scheiben lassen sich die, in Kapitel 2.5.3 und 2.5.5 vorgestellten, auftretenden Momente bestimmen. Die Hebelarme werden nach den Formeln (3.19) bis (3.22) bestimmt. Aus Scheibenkraft und Hebelarm werden die Momente nach (3.23) bis (3.25) berechnet.

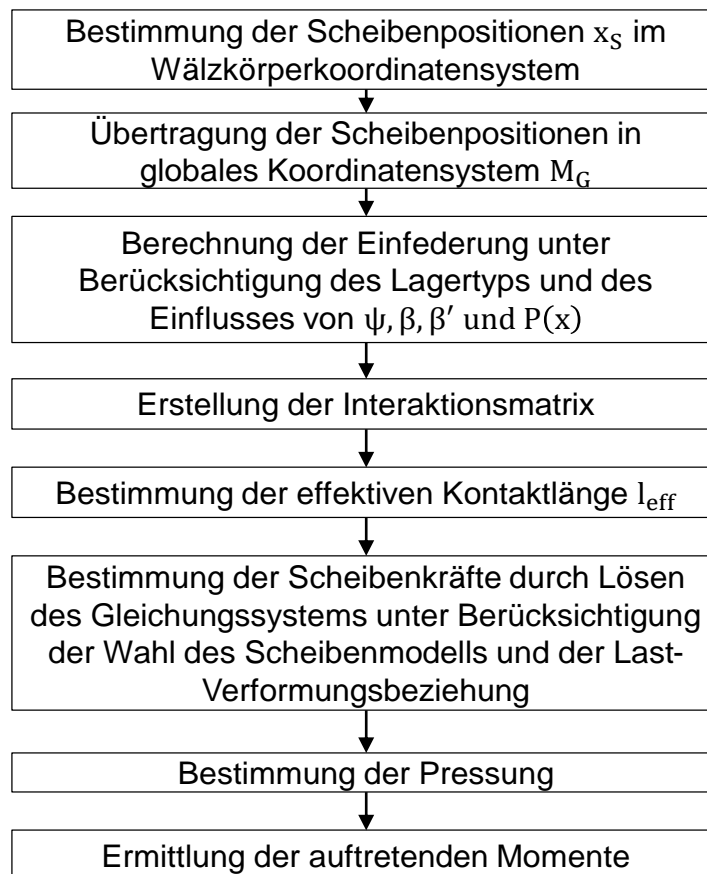


Abbildung 49: Ablaufdiagramm der Kontaktberechnung

4. Gegenüberstellung des Modells und bestehenden Kontaktmodellen

Im folgenden Kapitel werden die verschiedenen Ergebnisse der unterschiedlichen Kontaktmodelle und Berechnungsmethoden verglichen. Für die Berechnungen wurde ein Wälzkörper mit dem Durchmesser von 10 mm und einer Länge von 12 mm gewählt. Der Teilkreisdurchmesser beträgt 90 mm, wodurch sich für den Innenring ein Außendurchmesser von 80 mm und für den Außenring ein Innendurchmesser von 100 mm ergibt. Als Material wurde für Lagerringen und Wälzkörper Stahl mit einem Elastizitätsmodul von 210000 N/mm² und einer Querkontraktionszahl von 0,3 gewählt.

Die gezeigten Verläufe der Kraft und der Pressung zeigen die durchschnittliche Kraft sowie die maximale Pressung über die komplette Wälzkörperlänge betrachtet. Zum Vergleich der Ergebnisse bei der Betrachtung des Linienkontaktes als konzentrierte Kraft mit den Ergebnissen der Scheibenmodelle werden die Summe der einzelnen Scheibenkräfte und die maximale Pressung herangezogen. Bei einem nicht profilierten Wälzkörper, der zudem weder gekippt noch geschränkt ist, erhält man, bei der Betrachtung mit dem DIN-Scheibenmodell, für die Summe der Scheibenkräfte und die maximale Pressung das gleiche Ergebnis, wie bei der Betrachtung des Linienkontaktes als konzentrierte Kraft. Das gilt nicht, wenn das Scheibenmodell mit Korrekturfaktor genutzt wird. Werden profilierte, gekippte oder geschränkte Wälzkörper berechnet, unterscheiden sich die Ergebnisse des DIN-Scheibenmodells mit den Ergebnissen der Last-Verformungsbeziehungen. Ergebnisse der Berechnung mit dem erweiterten alternativen Scheibenmodell oder dem Scheibenmodell nach DIN unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors weichen ebenso von den Ergebnissen bei der Betrachtung als konzentrierte Kraft ab. Bei einer Scheibenanzahl von eins entsprechen die Ergebnisse, sowohl beim DIN-Scheibenmodell als auch beim EAST-Modell, der Betrachtung des Linienkontaktes als konzentrierte Kraft.

Die in den folgenden Abbildungen verwendeten Abkürzungen bezeichnen als erstes das genutzte Scheibenmodell und an zweiter Stelle die genutzte Last-Verformungsbeziehung (siehe Abbildung 50). So bedeutet die Abkürzung „DIN Palmgren“, dass das Scheibenmodell nach DIN 26281 und die Last-Verformungsbeziehung nach Palmgren angewendet wurde. „EAST Kunert“ wiederum weist auf das erweiterte alternative Scheibenmodell und die Last-Verformungsbeziehung nach Kunert hin. Die Abkürzung „DIN + f(i)“ bezeichnet das Scheibenmodell nach DIN mit zugehöriger Last-Verformungsbeziehung nach DIN und dem Korrekturfaktor $f(i)$, welcher ebenfalls in der DIN 26281 zu finden ist (siehe Kapitel 2.5.5).

Bezeichnung	Scheibenmodell	Last-Verformungsbeziehung
DIN DIN	DIN 26281	DIN 26281
DIN Palmgren	DIN 26281	Palmgren
DIN Kunert	DIN 26281	Kunert
DIN Houpert	DIN 26281	Houpert
EAST DIN	EAST	DIN 26281
EAST Palmgren	EAST	Palmgren
EAST Kunert	EAST	Kunert
EAST Houpert	EAST	Houpert
DIN + f(i)	DIN 26281	DIN 26281

Abbildung 50: Abkürzungstabelle der für die Berechnungen gewählten Modelle und Last-Verformungsbeziehungen

Die Scheibenanzahl hat einen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse, weil bei steigender Scheibenanzahl, bedingt durch die Anwendung der Gewichtungsmatrix, die Scheibenkräfte an den Kanten nicht proportional zur Scheibenbreite abnehmen. Daher steigt die berechnete Pressung an den Wälzkörperkanten und somit die maximale Pressung mit zunehmender Scheibenanzahl. Die Abbildungen 51 und 52 zeigen die Kraft in Abhängigkeit der Scheibenanzahl von einer bis einhundert Scheiben, beziehungsweise die relative Abweichung bezogen auf eine Scheibenanzahl von fünfzig.

Die relative Abweichung bei der Berechnung der Kraft mit Korrekturfaktor ist geringer als $\pm 0,2\%$ im Vergleich zur Berechnung ohne Korrekturfaktor, solange eine ausreichende Mindestanzahl an Scheiben gewählt wurde. Die DIN 26281 empfiehlt eine Scheibenanzahl von 30. Der, in Abbildung 53 und 54, gezeigte Einfluss der Scheibenanzahl auf die maximale Pressung ist aus genannten Gründen größer als der Einfluss der Scheibenanzahl auf die Kraft. Daher ist es notwendig eine gleiche Anzahl von Scheiben für verschiedene Berechnungen zu wählen, um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten. Für die, in dieser Arbeit, vorgestellten Berechnungen wurde eine Scheibenanzahl von 50 gewählt.

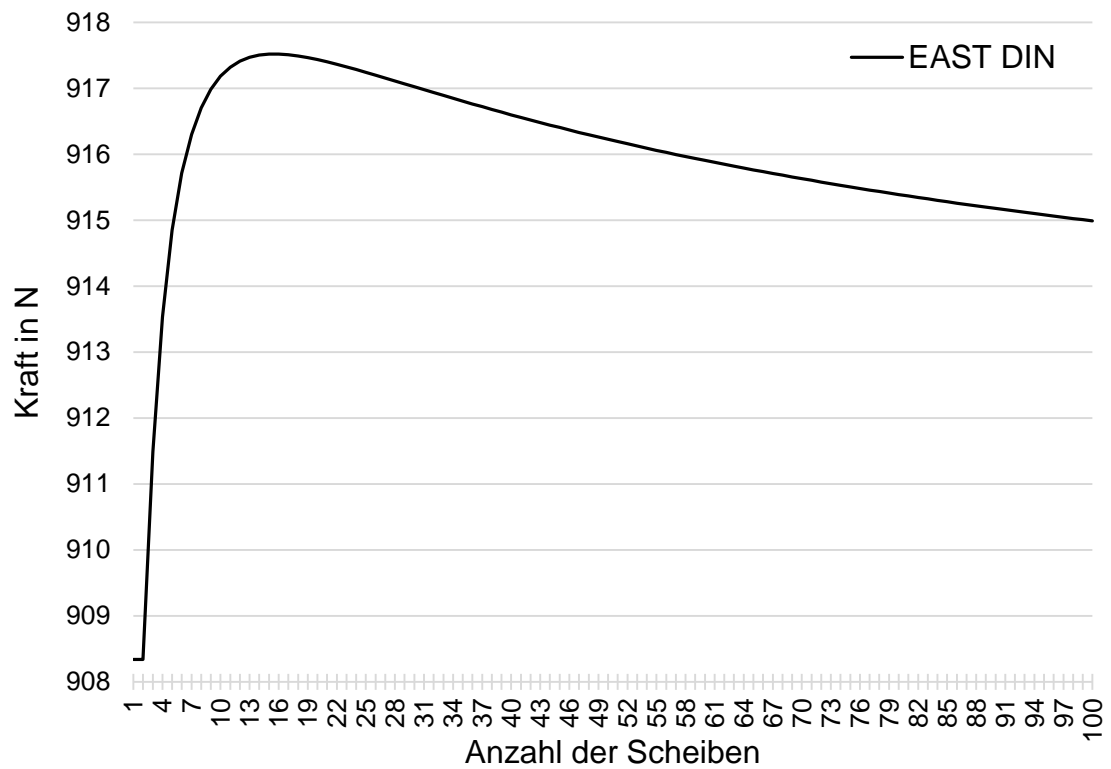


Abbildung 51: Kraft in Abhängigkeit der Scheibenanzahl

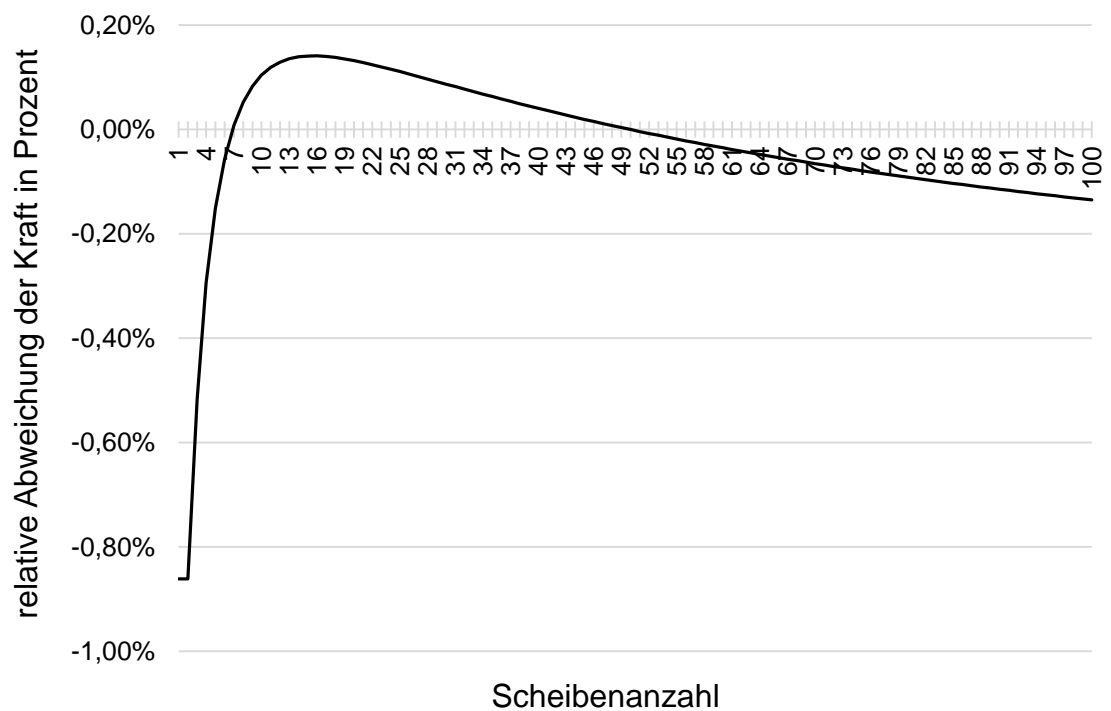


Abbildung 52: Relative Abweichung der Kraft in Abhängigkeit der Scheibenanzahl

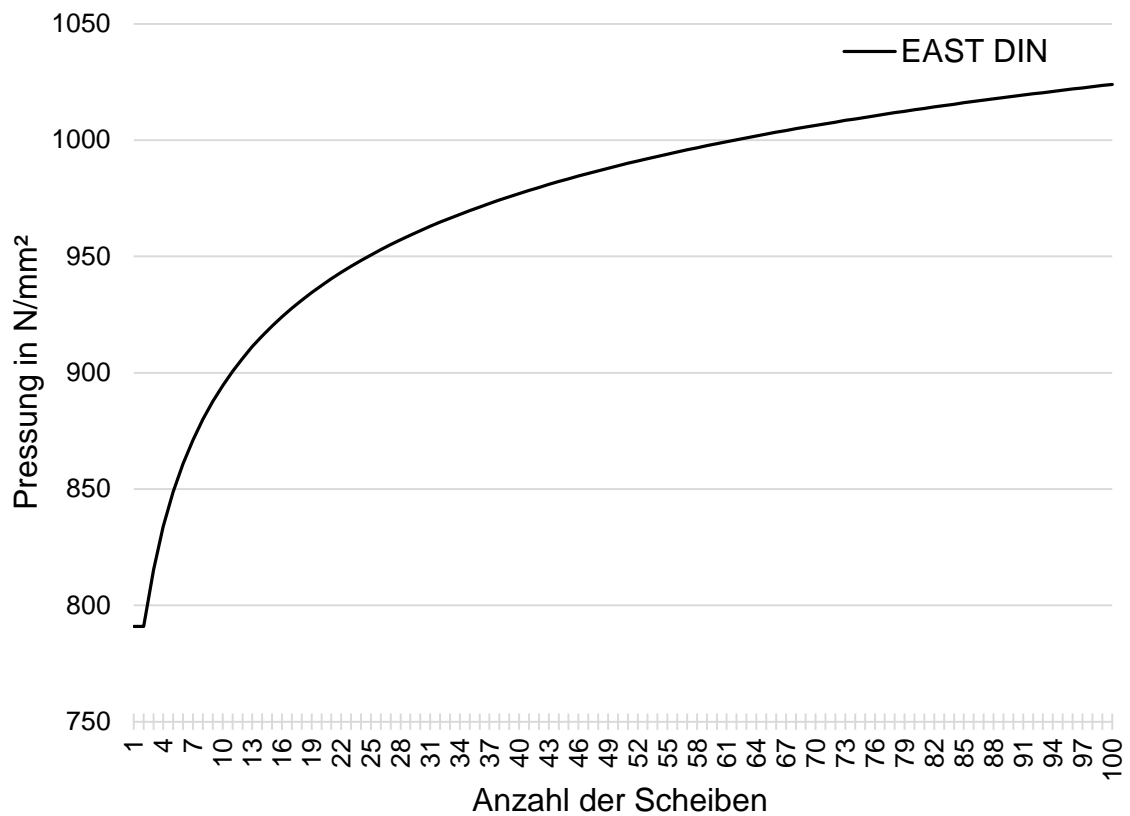


Abbildung 53: Maximale Pressung in Abhängigkeit der Scheibenanzahl

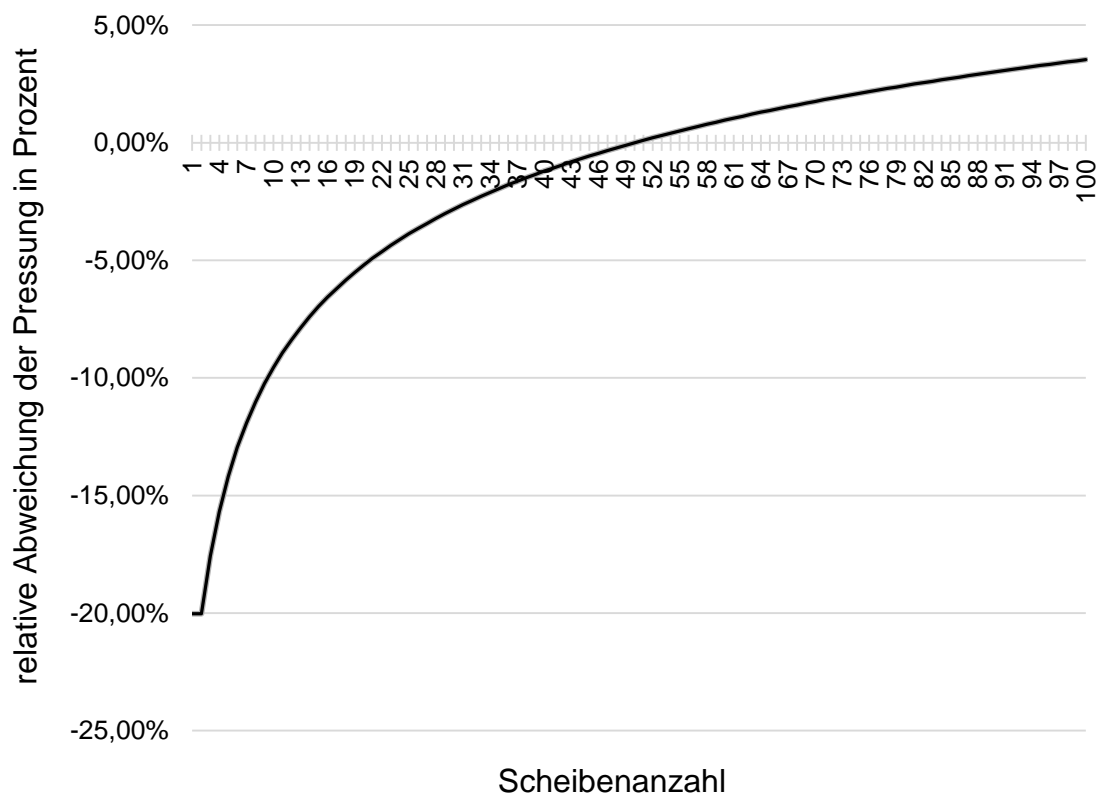


Abbildung 54: Relative Abweichung der Pressung in Abhängigkeit der Scheibenanzahl

Abbildung 55 zeigt den Verlauf der Kraft in Abhängigkeit der Einfederung. Als Modell wurden das DIN-Scheibenmodell sowie das alternative Scheibenmodell und die Last-Verformungsbeziehung nach DIN 26281, Palmgren, Kunert und Houpert genutzt. Zusätzlich wird die Kraft unter Verwendung des Korrekturfaktors $f(i)$ gezeigt. Die Ergebnisse wurden unter der Annahme, dass der Wälzkörper weder gekippt noch geschränkt ist und ein rein zylindrisches Profil vorliegt, berechnet. Das heißt, die Ergebnisse des Scheibenmodells nach DIN entsprechen, mit den getroffenen Annahmen, den Ergebnissen einer Berechnung ohne Scheibenmodell bei Nutzung der gleichen Last-Verformungsbeziehung. Die berechnete Kraft als Summe der Scheibenkräfte ist hier beim EAST nur wenig größer als beim DIN-Modell. Sichtbare Unterschiede entstehen an dieser Stelle nur bei Verwendung der unterschiedlichen Last-Verformungsbeziehungen, beziehungsweise bei Nutzung des Korrekturfaktors.

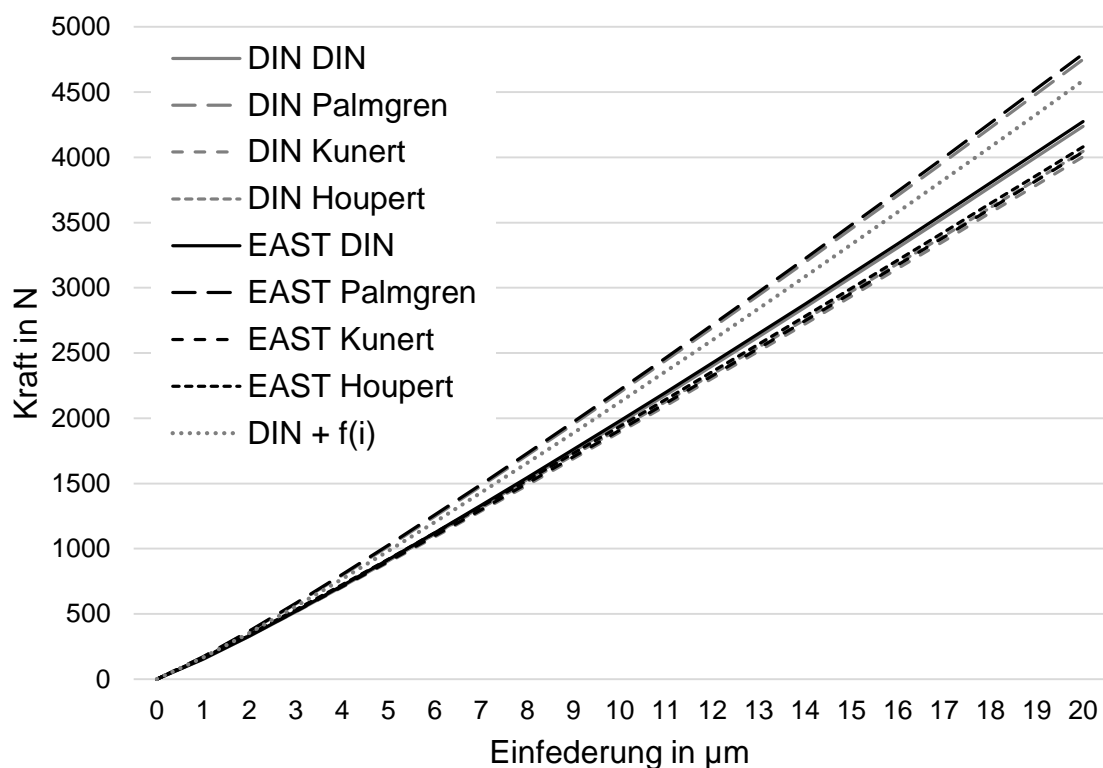


Abbildung 55: Kraft als Funktion der Einfederung

Der in Abbildung 56 gezeigte Verlauf der maximalen Pressung in Abhängigkeit der Einfederung entstammt den gleichen Berechnungen wie die Kraftverläufe in Abbildung 55. Bei der Betrachtung der Pressung ist ein deutlicherer Unterschied zwischen den Ergebnissen des DIN-Scheibenmodells und des alternativen Scheibenmodells zu sehen, als bei dem Verlauf der Kraft. Die maximalen Pressungen beim EAST liegen über denen des DIN-Modells. Die niedrigeren maximalen Pressungen beim DIN-Modell lassen sich durch die Nichtberücksichtigung der Kantenspannungen erklären. Durch die Einflussmatrix des EAST können diese beschrieben werden und eine höhere maximale Pressung ist die Folge. Die Ergebnisse der Berechnung mit Korrekturfaktor liegen

über denen der anderen Modelle. Die starke Abweichung von den Ergebnissen ohne Korrekturfaktor tritt auf, da ein zylindrisches Wälzkörperprofil gewählt wurde, der Korrekturfaktor gilt jedoch nur für logarithmisch profilierte Wälzkörper (siehe Kapitel 2.55).

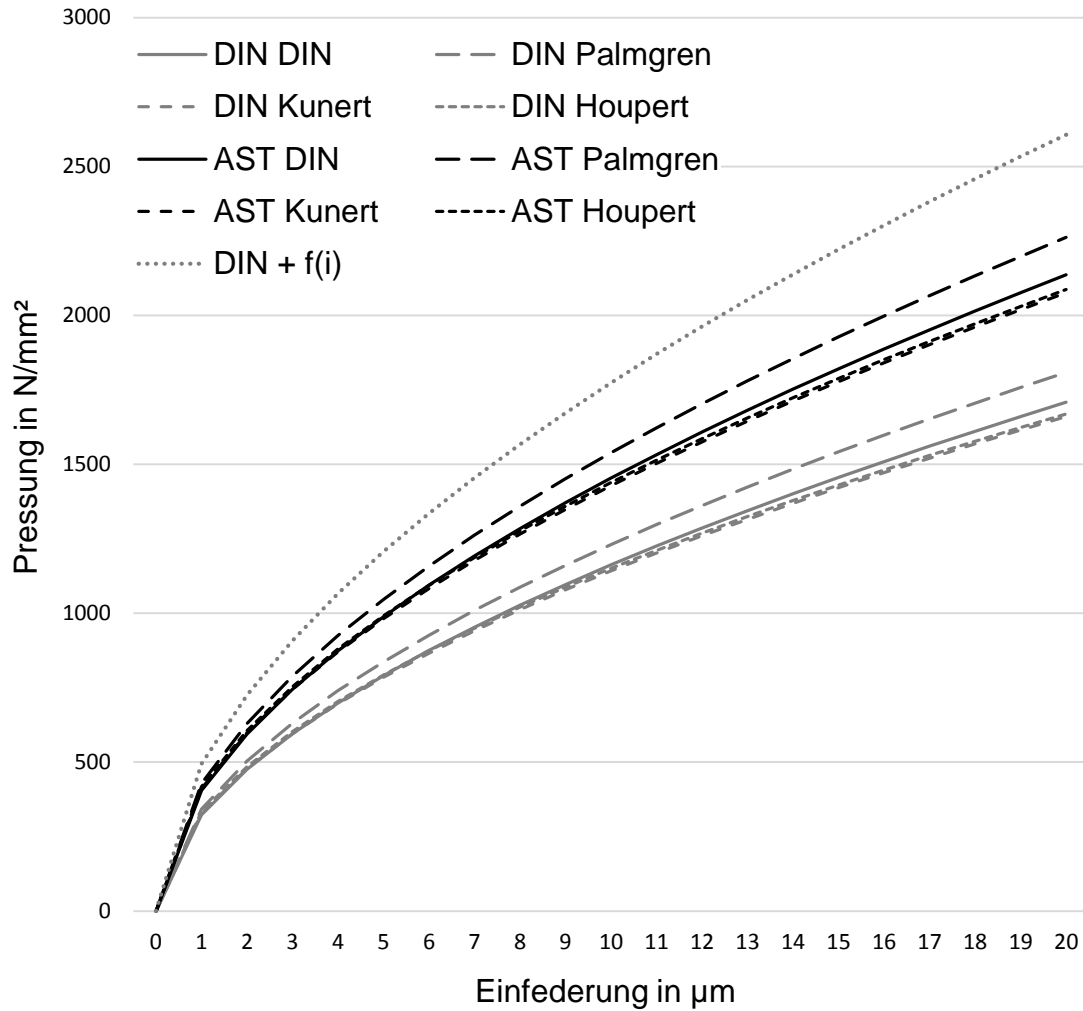


Abbildung 56: Pressung als Funktion der Einfederung

In den Abbildungen 57, 58 und 59 ist die Pressung über die Wälzkörperlänge dargestellt. Wie erwartet ergibt sich beim Scheibenmodell nach DIN ohne Korrekturfaktor ein linearer Verlauf, während beim EAST an den Kanten erhöhte Pressungen erkennbar sind. Die Berechnung mit Korrekturfaktor weist eine starke Erhöhung der Pressung an den Kanten auf. Die Wahl der Last-Verformungsbeziehung hat einen Einfluss auf die Ergebnisse über die komplette Wälzkörperlänge, während die Wahl des Scheibenmodells vor allem einen Einfluss auf die Darstellung der Kantenspannungen und somit die maximale Pressung hat. Die durchschnittliche Kraft und die gemittelte Pressung, über die gesamte Wälzkörperlänge betrachtet, unterscheiden sich bei den verschiedenen Scheibenmodellen nur geringfügig.

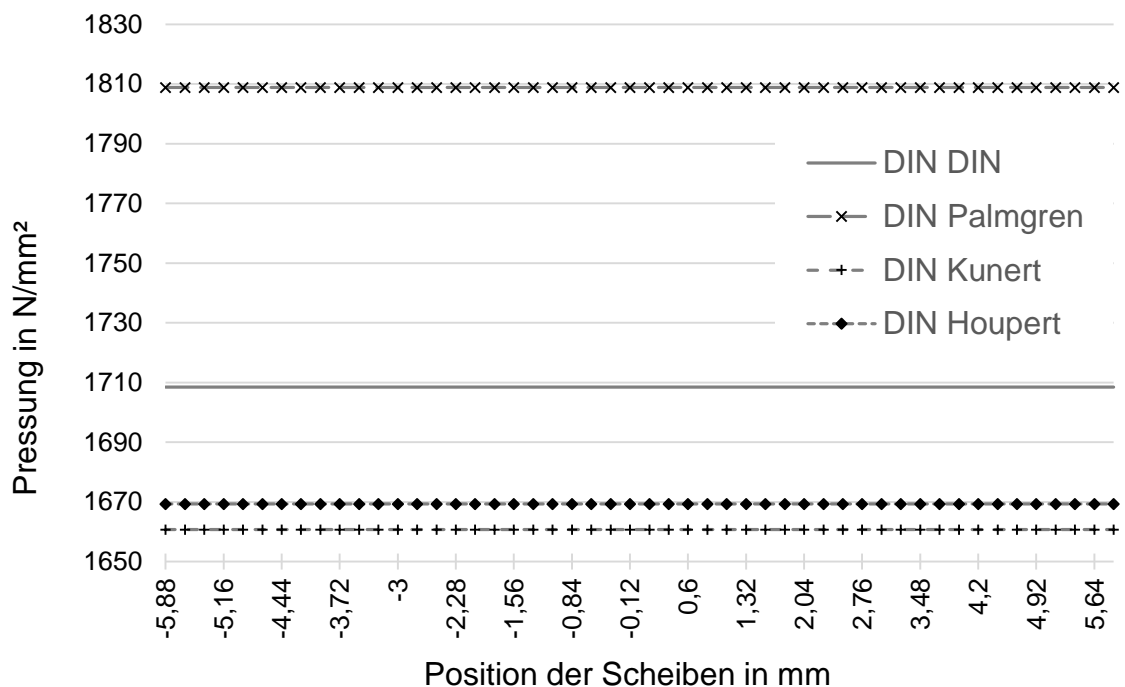


Abbildung 57: Pressung nach DIN Modell

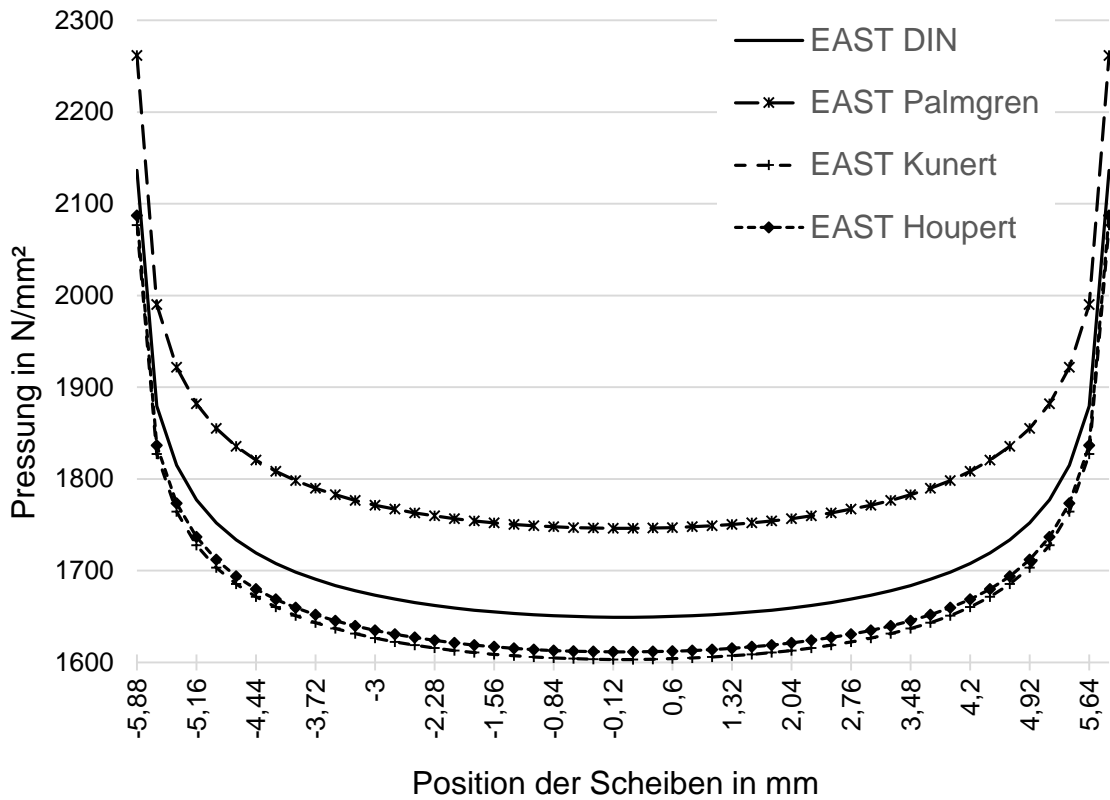


Abbildung 58: Pressung nach EAST Modell

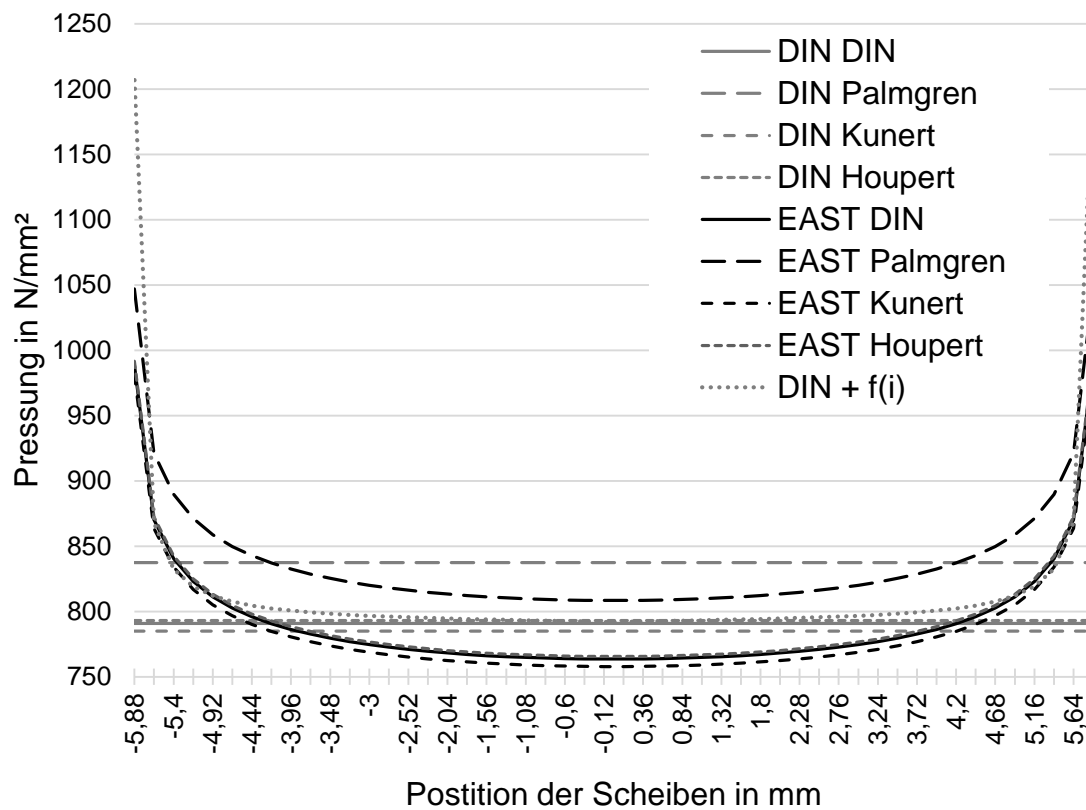


Abbildung 59: Pressung bei nicht gekipptem und nicht geschränktem Wälzkörper

Für die, in den Abbildungen 51 bis 59, vorgestellten Ergebnisse wurde ein zylindrischer Wälzkörper bei den Berechnungen gewählt. Es ergibt sich daher ein lineares Einfederungsprofil wie es in Abbildung 36 für den nicht verkippten Wälzkörper und in Abbildung 39 für den verkippten Wälzkörper dargestellt ist. Wird ein logarithmisches Profil für die Berechnung gewählt ergibt sich, wie in Abbildung 41 gezeigt, kein lineares Einfederungsprofil. In Abbildung 60 ist der Einfluss der Profilierung dargestellt. Die mit Kreuzen markierten Kurven zeigen die Ergebnisse bei zylindrischem Wälzkörper und die Kurven ohne Markierungen zeigen die Ergebnisse bei profiliertem Wälzkörper. Die kleineren ermittelten Pressungen bei profilierten Wälzkörpern, im Vergleich zu rein zylindrischen Wälzkörpern, sind die Folge der durch die Profilierung verringerten Kantenspannungen (siehe Abbildung 61). Eine nähere Erläuterung des Effektes ist in Kapitel 3.3 beschrieben und in Abbildung 42 gezeigt. Es fällt auf, dass sich die Ergebnisse des DIN-Modells für den profilierten und nicht profilierten Wälzkörper nur minimal unterscheiden. Das DIN-Modell beschreibt die veränderte Einfederung und einen veränderten Kraftverlauf über die Wälzkörperlänge, die maximal berechnete Pressung wird jedoch durch die unterschiedlichen Wälzkörperprofile nicht beeinflusst. Für die Berechnung der maximalen Pressung mit dem DIN-Modell ist lediglich die Scheibe mit der größten Einfederung relevant, da das Modell keine Interaktion zwischen den einzelnen Scheiben vorsieht. Die Ergebnisse des EAST unterscheiden sich, je nachdem welche Wälzkörperprofilierung gewählt wurde. Die Ergebnisse nähern sich für den profilierten Wälzkörper den Ergebnissen des DIN-Modells an, da die hohen Pressungen an den Wälzkörperkanten des zylindrischen Wälzkörpers durch die Profilierung verhindert werden.

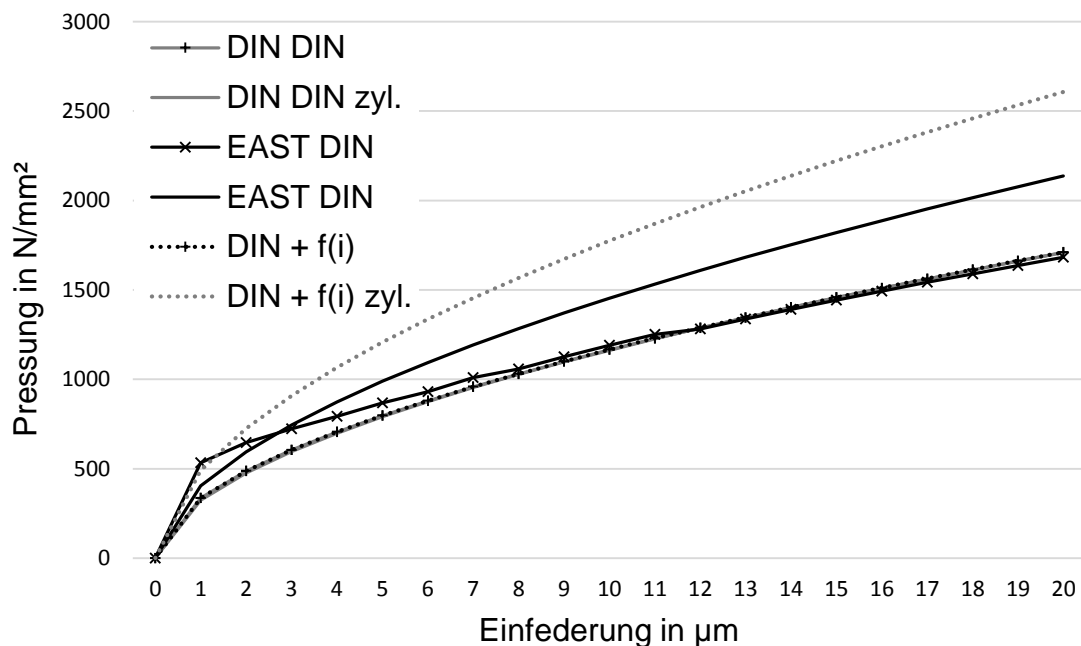


Abbildung 60: Pressung in Abhängigkeit der Einfederung bei profiliertem Wälzkörper

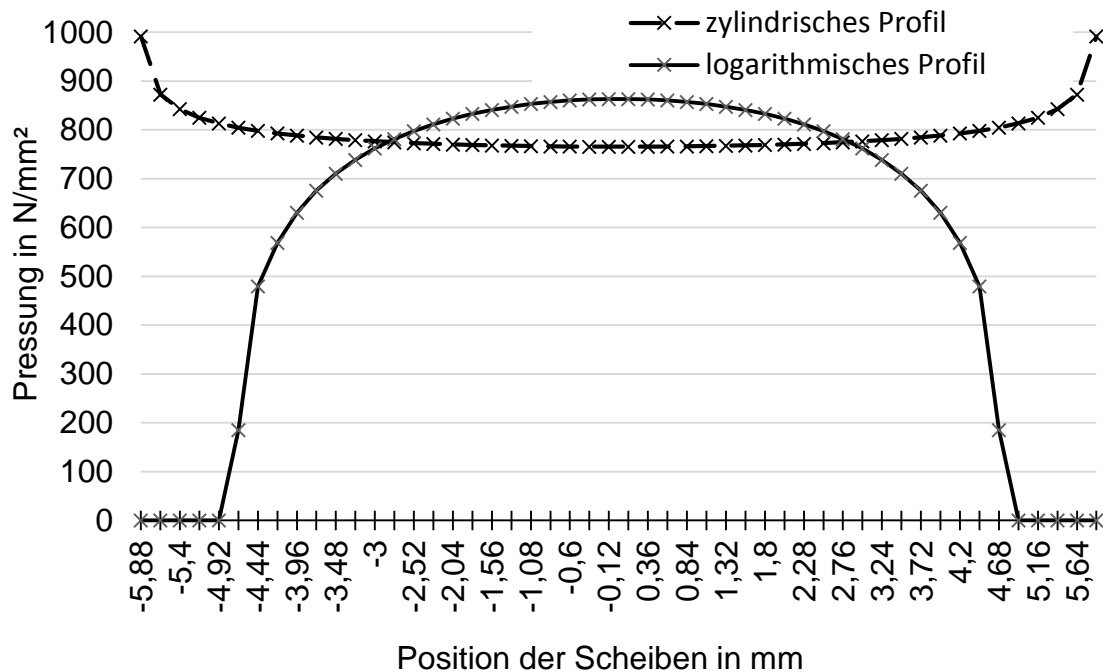


Abbildung 61: Pressung bei profiliertem und nicht profiliertem Wälzkörper

Abbildung 62 zeigt den Einfluss des Korrekturfaktors auf die Kraft beziehungsweise Pressung in Abhängigkeit der Einfederung im Vergleich mit der Berechnung nach DIN ohne Korrekturfaktor. Als Wälzkörperprofil wurde das logarithmische Profil gewählt. Die relative Abweichung der Pressung bei der Rechnung mit und ohne Korrekturfaktor liegt unter einem Prozent. Diese Beobachtung stimmt mit der Aussage von Teutsch, dass durch den Korrekturfaktor keine wesentliche Verbesserung der Berechnung erreicht wird, überein (siehe Kapitel 2.5.5).

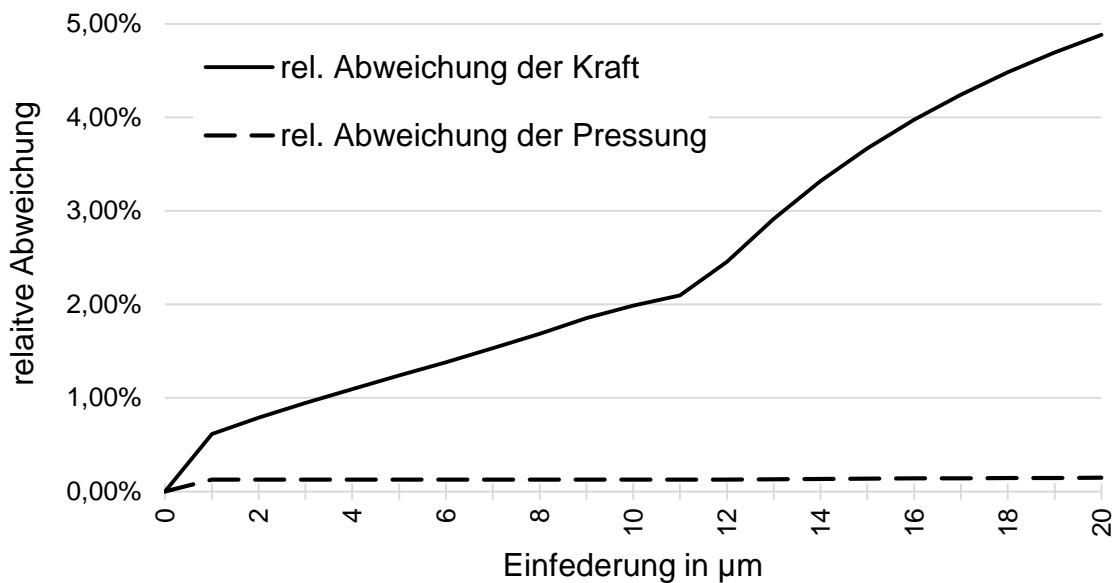


Abbildung 62: Abweichung der Kraft und Pressung mit und ohne Verwendung des Korrekturfaktors nach DIN 26281

Der Verlauf der Pressung über die Wälzkörperlänge eines zylindrischen Wälzkörpers ist in Abbildung 63 für einen Kippwinkel von $0,03^\circ$ dargestellt. Durch den Kippwinkel entsteht eine über die Wälzkörperlänge veränderte Einfederung (siehe Abbildung 39). Erhöhte Kantenspannungen sind, wie bei nicht verkipptem Wälzkörper, bei den Ergebnissen des EAST zu erkennen. Der Verlauf der Pressung nach DIN-Modell ist linear.

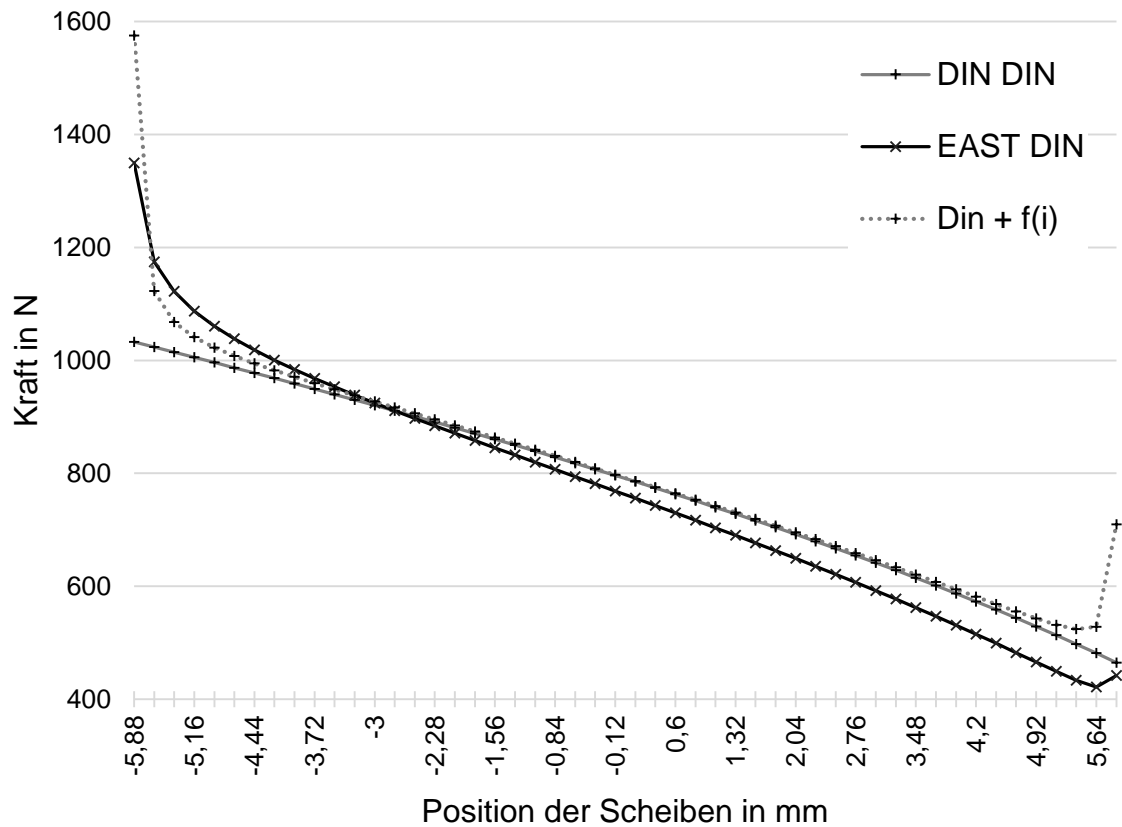


Abbildung 63: Pressung bei verkipptem Wälzkörper mit $\beta = 0,03^\circ$

In Abbildung 64 ist der Kraftverlauf eines Wälzkörpers mit logarithmischem Profil bei zunehmendem Kippwinkel dargestellt. Abbildung 65 zeigt den Verlauf der maximalen Pressung. Die Einfederung der Wälzkörpermitte wurde für die Berechnung auf einen festen Wert gesetzt. Sowohl die Kraft als auch die Pressung steigt mit zunehmendem Kippwinkel. Der geringe Einfluss des Korrekturfaktors ist auch hier zu erkennen. Die erhöhten maximalen Pressungen, bei der Berechnung mit dem EAST-Modell, sind, wie auch bei den Ergebnissen des nicht verkippten Wälzkörpers, zu beobachten.

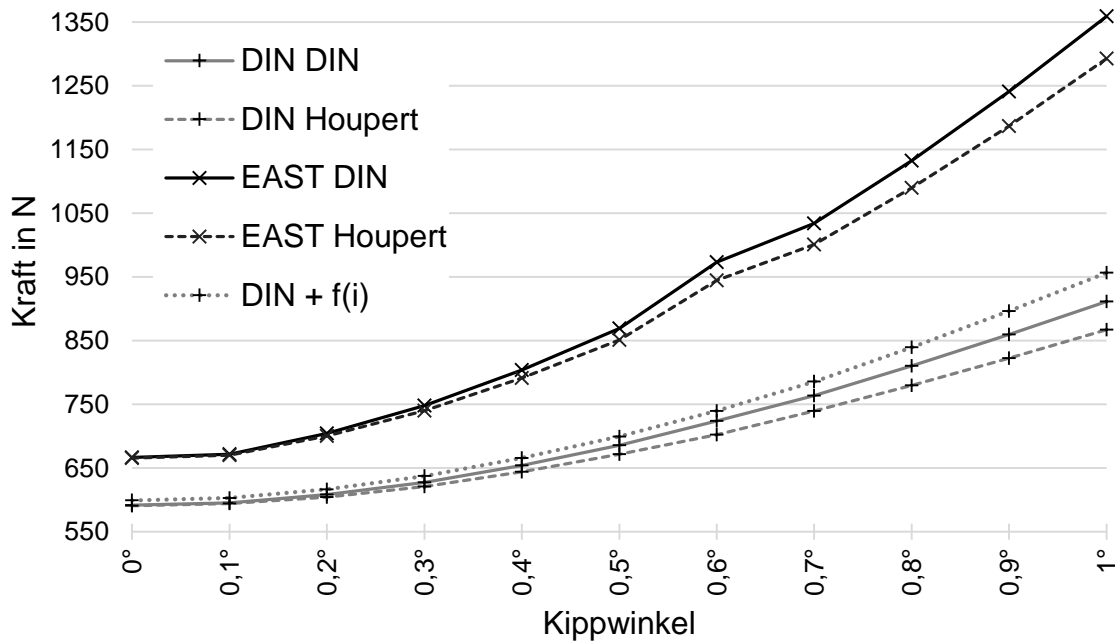


Abbildung 64: Kraft als Funktion des Kippwinkels

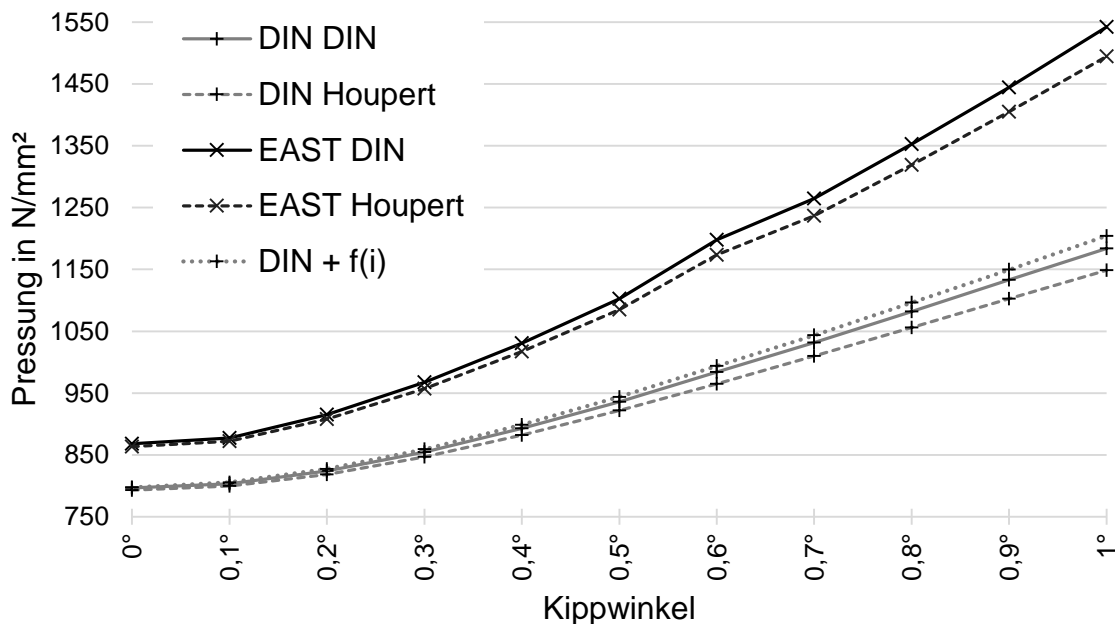


Abbildung 65: Pressung als Funktion des Kippwinkels

Der Einfluss des Schräkwinkels unterscheidet sich für den Innen- und Außenringkontakt (siehe Kapitel 3.3). Abbildung 66 zeigt den Einfluss des Schräkwinkels auf die maximale Pressung für einen zylindrischen und einen logarithmisch profilierten Wälzkörper, am Innen- und Außenringkontakt. Als Berechnungsparameter wurden das EAST und die Last-Verformungsbeziehung von Houpert gewählt. Bei steigendem Schräkwinkel nimmt die maximale Pressung des rein zylindrischen Wälzkörpers am Innenring ab und am Außenring zu. Ein Schränken des zylindrischen Wälzkörpers am Innenring hat einen ähnlichen Effekt auf die Einfederung, wie eine Profilierung des Wälzkörpers (siehe Abbildung 45 und 46), da die Einfederung an den Wälzkörperkanten und somit die Kantenspannungen verringert werden und daher die Pressung abnimmt. Am Außenring tritt ein umgekehrter Effekt auf, da die Einfederung zu den Wälzkörperenden hin steigt, sodass die Pressung steigt (siehe Abbildung 45 und 46). Der Einfluss des Schräkwinkels auf die maximale Pressung bei profiliertem Wälzkörper ist sehr klein und in Abbildung 66 nicht zu erkennen.

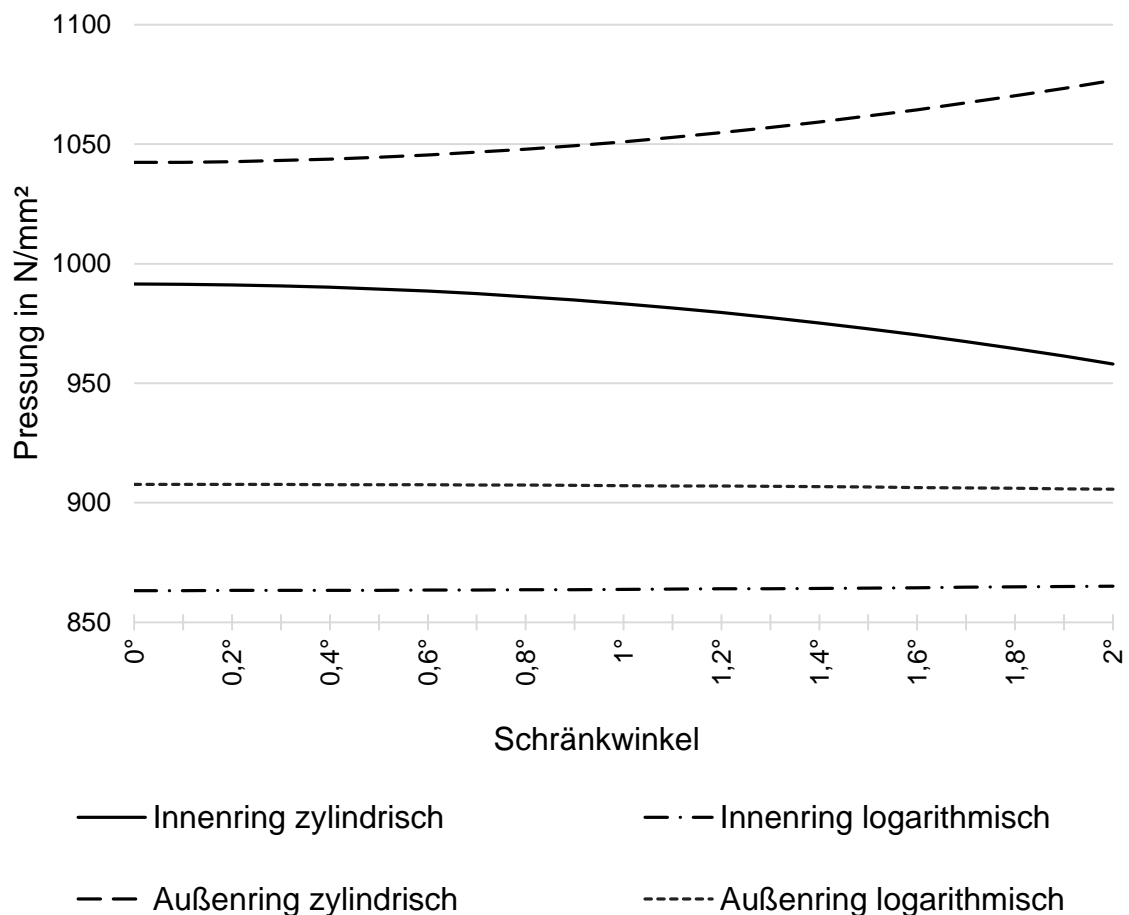


Abbildung 66: Einfluss des Schräkwinkels auf die Pressung am Innen- und Außenring

Abbildung 67 zeigt den Einfluss des Schränkwinkels auf die Einfederung am Innenring, bei einem logarithmisch profilierten Wälzkörper. Der Einfluss des Schränkwinkels auf die Einfederung, ist beim profilierten Wälzkörper im Gegensatz zum zylindrischen Wälzkörper, geringer (siehe Abbildung 45 und Abbildung 67). Da bereits die Profilierung die erhöhten Kantenspannungen verringert ist der Einfluss auf die Einfederung und somit die Pressung durch den Schränkwinkel gering. Für den Außenringkontakt gilt dies ebenfalls. Einen größeren Einfluss des Schränkens auf den Wälzkontakt haben, gegebenenfalls durch eine Schiefstellung, auftretende Momente oder der Kontakt des Wälzkörpers mit den Führungsborden als der Einfluss des Schränkens auf die Pressung am Innen- und Außenringkontakt (siehe Kapitel 2.5.3 sowie 3.3).

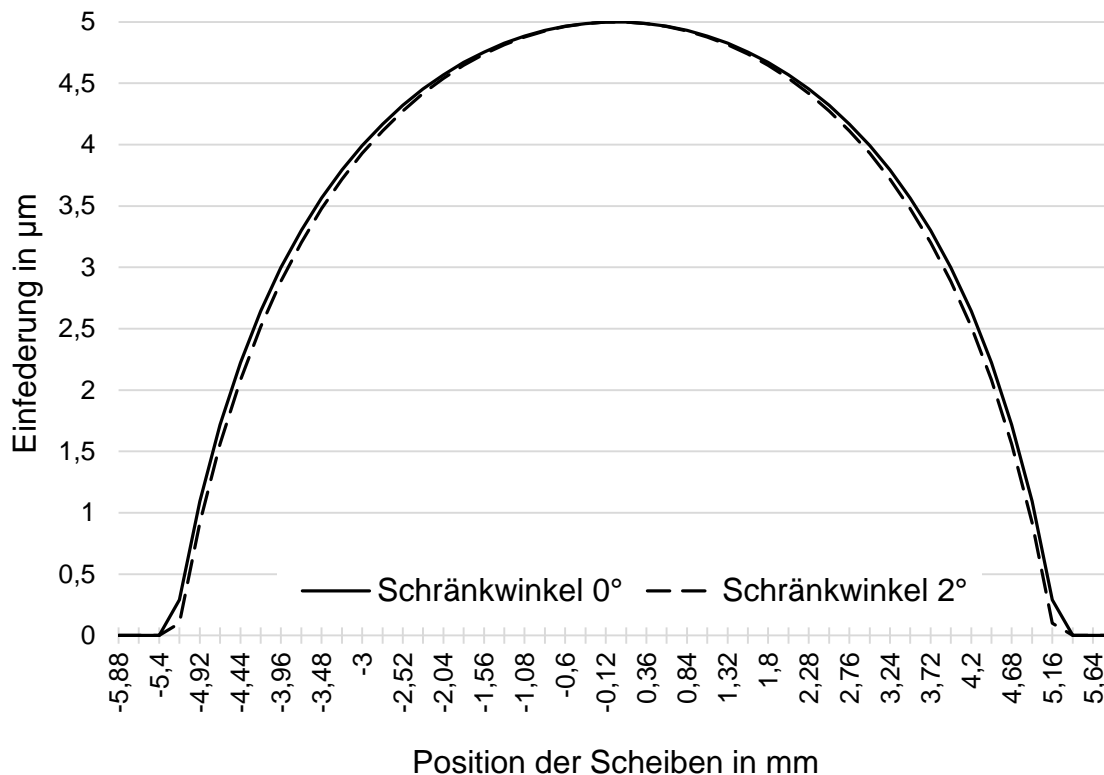


Abbildung 67: Einfederung bei unterschiedlichen Schränkwinkeln

Die Berechnungen zeigen, dass die Ergebnisse des EAST einen logisch nachvollziehbaren Verlauf der Kraft und Pressung, unter Berücksichtigung der Verkipfung, des Schränkens sowie der Profilierung, abbilden. Aufgrund der Berücksichtigung der genannten Einflussfaktoren ist das Modell auf verschiedene Wälzkörpergeometrien, wie auch den Linienkontakt des FRB-Lagers anwendbar. Durch die Möglichkeit verschiedene Last-Verformungsbeziehungen für die Berechnung sowie Profilierungen wählen zu können, ist das Modell zudem flexibel gestaltet. Jedoch ist zur abschließenden Bewertung der Berechnungsergebnisse noch ein Vergleich mit realen Messdaten nötig, um die Berechnungsgüte bewerten zu können.

5. Fazit und Ausblick

Aufgrund steigender Anforderungen an die Lagerung von Werkzeugmaschinenhauptspindeln werden neue Lagertypen für Hochgeschwindigkeitsanwendungen getestet. Eine alternative zu den bekannten Lagertypen stellt das FRB-Lager dar. Um eine aussagekräftige Simulation des Lagerverhaltens zu ermöglichen wurde eine Berechnungssoftware entwickelt. Zur Steigerung der Berechnungsgüte sollte in dieser Arbeit die bestehende Berechnungssoftware für FRB-Lager um die Betrachtung des Linienkontaktes unter Kipp- und Schräkwinkeleinfluss erweitert werden.

Ergänzend zur Berechnung von FRB-Lagern wurde das Programm erweitert, um zusätzlich die Berechnung von Zylinderrollenlagern zu ermöglichen. Dazu wurden zunächst die Berechnungsgrundlagen für Zylinderrollenlager vorgestellt. Als theoretischen Hintergrund für die Betrachtung des Linienkontaktes wurden zudem bekannte Methoden zur Darstellung des Linienkontaktes vorgestellt.

Als Grundlage für entwickelte Scheibenmodell zur Betrachtung des Linienkontaktes dient das alternative Scheibenmodell nach Teutsch. Die Berechnung der Einfederung in Abhängigkeit von Kippwinkel, Schräkwinkel und der Profilierung des Wälzkörpers wurde erläutert und in die Software eingeführt. Mit dem Scheibenmodell lassen sich die Kontaktkraft und daraus die Kontaktpressung aus der Einfederung für jede Scheibe bestimmen. Dabei können die Last-Verformungsbeziehungen verschiedener Autoren für die Berechnung der Scheibenkräfte genutzt werden. Zur Betrachtung des Einflusses der Scheibenkräfte aufeinander wird eine Interaktionsmatrix genutzt. Durch die Berechnung mit der Interaktionsmatrix ist eine Betrachtung von Spannungsspitzen möglich.

Die Ergebnisse des entwickelten Modells zeigen, dass der Einfluss von Kippwinkel, Schräkwinkel und Profilierung des Wälzkörpers sinnvoll abgebildet werden kann. Dies ist bei anderen Modellen nicht oder nur eingeschränkt möglich. Zudem ist eine Betrachtung des Kontaktes für verschiedene Wälzkörpergeometrien, wie auch die des FRB-Lagers, möglich. Obwohl die Ergebnisse, im Vergleich mit den Ergebnissen anderer Modelle, sinnvoll erscheinen, ist ein Vergleich mit Messergebnissen nötig, um eine zuverlässige Aussage über die Qualität der Ergebnisse des Modells treffen zu können.

Zur weiteren Verbesserung der Betrachtung des Linienkontaktes soll das Modell weiterentwickelt werden. So betrachtet das Modell die Scheibenkräfte grundsätzlich als parallel zueinander, in Richtung der Wälzkörperkoordinatenachse. Eine unabhängige Betrachtung der Richtung der Scheibenkräfte, je nach Form des Wälzkörpers und Lage der Scheiben könnte eine Verbesserung der Betrachtung des Einflusses von Wälzkörper- und

Laufbahnprofilierung bewirken. Zudem wäre eine weitere Unterteilung zur Betrachtung der Kontaktfläche denkbar. Die Scheiben könnten in Richtung der Kontaktbreite geteilt werden, sodass die Kontaktfläche durch rechteckige Zellen dargestellt wäre. Diese Unterteilung in Zellen würde jedoch voraussichtlich die Berechnungsgeschwindigkeit verringern.

6. Literaturverzeichnis

- [BRÄN95] Brändlein, Johannes: Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen. 3. Aufl. Mainz: Vereinigte Fachverlage, 1995.
- [BREC12] Brecher, Christian; Rossaint, Jens: Gestaltungsvariationen für Spindellager zur Steigerung der erreichbaren Drehzahlen. DFG Abschlussbericht BR 29025/14-2 Werkzeugmaschinenlabor der RWTH Aachen. Aachen, 2012.
- [BREC06] Brecher, Christian; Weck, Manfred: Werkzeugmaschinen. Band 2: Konstruktion und Berechnung. 8. Aufl. Berlin [u.a.]: Springer, 2006.
- [BREC14] Brecher, Christian, Falker, Jens: Floating Roller Ball Lager. Ein neuartiges Loslagerkonzept für Hochgeschwindigkeitsanwendungen. In: Effiziente Produktion. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 2 Fertigungstechnik: VDI-Verlag, Düsseldorf, in Druck.
- [BREC14b] Brecher, Christian; Bäuml, Stephan; Falker, Jens: Floating Roller Ball Bearings. A new approach for floating bearings in high speed applications. Proceeding of the International Colloquium of Tribology, Stuttgart, 2014.
- [BREW77] Brewe, David E.; Hamrock, Bernard J.: Simplified Solution for Elliptical-Contact Deformation Between Two Elastic Solids. In: Journal of Lubrication Technology. 99 (4), S. 485. DOI: 10.1115/1.3453245, 1977.
- [BUTZ07] Butz, Felix: Gestaltung der Loslagerung von Werkzeugmaschinen-spindeln. Dissertation. Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, Aachen, 2007.
- [DIN10] DIN 26281: Wälzlager - Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer-Berechnung der modifizierten nominellen Referenz-Lebensdauer für Wälzlager, 2010.
- [FALK12] Falker, Jens: Entwicklung einer Berechnungssoftware für ein neues radiales Loslager zum Einsatz in Hochgeschwindigkeitsanwendungen. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Werkzeugmaschinen der RWTH Aachen, Aachen, 2012.
- [FRIT11] Fritz, Felix: Modellierung von Wälzlagern als generische Maschinenelemente einer Mehrkörpersimulation. Dissertation. Fakultät für Maschinenbau des Karlsruher Instituts für Technologie, Karlsruhe, 2011.
- [HABE14] Haberhauer, Horst; Bodenstein, Ferdinand: Maschinenelemente. Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 17., bearb. Aufl. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Vieweg (Springer-Lehrbuch), 2014.
- [HARR07a] Harris, Tedric A.; Kotzalas, Michael N.: Rolling bearing analysis. Bd.2 Advanced Concepts of Bearing Technology 5. Aufl. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007.
- [HARR07b] Harris, Tedric A.; Kotzalas, Michael N.: Rolling bearing analysis. Bd.2 Essential Concepts of Bearing Technology 5. Aufl. Boca Raton, FL: CRC/Taylor & Francis, 2007.
- [HERT82] Hertz, Heinrich: Ueber die Berührung fester elastischer Körper. In: Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelle's Journal) 1882 (92), S. 156–171. DOI: 10.1515/crll.1882.92.156, 1882.
- [HOUP01] Houpert, Luc: An Engineering Approach to Hertzian Contact Elasticity—Part I. In: Journal of Tribology 123 (3), S. 582. DOI: 10.1115/1.1308043, 2001.
- [KOCH08] Koch, Oliver: Dreidimensionale Simulation von kombiniert belasteten Radialzylinderrollenlagern. Dissertation. Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum, Bochum, 2008.
- [LUND39] Lundberg, G.: Elastische Berührung zweier Halbräume. In: Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 10 (5), S. 201–211. DOI: 10.1007/BF02584950, 1939.
- [ROSS13] Rossaint, Jens: Steigerung der Leistungsfähigkeit von Spindellagern durch optimierte Lagergeometrien. Dissertation. Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, Aachen, 2013.
- [SCHÄ11] Schaffler Technologies AG & Co. KG: Wälzlager. Hg. v. Schaffler Technologies AG & Co. KG, 2011.

-
- [SKF96] SKF Group: Hochgenauigkeits-Hybridlager machen Werkzeugmaschinenspindeln leistungsfähiger. Hg. v. SKF Group. Online verfügbar unter <http://www.skf.com/files/261941.pdf>, zuletzt geprüft am 21.11.2013, 1996.
- [SPAC08] Spachholz, Guido: Erweiterung des Leistungsbereiches von Spindellagern. Dissertation. Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, Aachen, 2008.
- [TEUT05] Teutsch, Roman: Kontaktmodelle und Strategien zur Simulation von Wälzlager und Wälzführungen. Dissertation. Lehrstuhl für Maschinenelemente und Getriebetechnik der Technischen Universität Kaiserslautern, Kaiserslautern, 2005.
- [TRIP85] Tripp, J. H.: Hertzian contact in two and three dimensions. In: *NASA Technical Paper Series (2473)*. Online verfügbar unter <http://hdl.handle.net/2060/19850024018>, zuletzt geprüft am 11.02.2014, 1985
- [TÜLL99] Tüllmann, Udo: Das Verhalten axial verspannter, schnell-drehender Schrägkugellager. Dissertation. Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, Aachen., 1999.

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe. Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ort, Datum

Vorname Nachname